MATEMATICAS 4

santillana

Índice

Tema 1. Conjuntos. 4

1. Formación de conjuntos por extensión y por comprensión.
2. Conjuntos bien formados o bien definidos.
3. Subconjuntos.
4. Pertenencia e inclusión.
5. Subconjunto complementario.

Ejercicios y problemas.

Tema 2. Operaciones con conjuntos. 10

1. Intersección de conjuntos.
2. Casos particulares de la intersección.
3. Unión de conjuntos.
4. Casos particulares de la unión.
5. Unión e intersección.

Ejercicios y problemas.

Tema 3. Correspondencias y aplicaciones. 16

1. Correspondencia entre dos conjuntos.
2. Correspondencia inversa.
3. Correspondencia unívoca. Diagrama cartesiano.
4. Correspondencia biunívoca.
5. Aplicaciones.
6. Aplicaciones biyectivas o biyecciones.

Ejercicios y problemas.

Tema 4. Sistema de numeración decimal. 24

1. Los números de cuatro cifras.
2. Los millares.
3. Números de cinco y seis cifras.
4. Los millones.
5. Clases y órdenes. Lectura de números.

Ejercicios y problemas.

Tema 5. Descomposición de números. Números romanos. 30

1. Descomposición polinómica de números. Otras descomposiciones.
2. Comparación de números.
3. Números romanos. I.
4. Números romanos. II.
5. Aproximación de un número por la decena, centena y millar más próximos.

Ejercicios y problemas.

Tema 6. Adición y sustracción de números naturales. 36

1. Adición de números naturales.
2. Propiedades de la adición.
3. Sustracción de números naturales. Relación entre los términos.
4. Alteraciones de la diferencia. Propiedad fundamental.
5. Sumas y restas combinadas. Empleo del paréntesis.
6. Problemas que resuelve la sustracción.

Ejercicios y problemas.

Tema 7. Multiplicación de números naturales. 44

1. La multiplicación. Términos y signo.
2. Propiedad conmutativa y propiedad asociativa.
3. Propiedad distributiva. Multiplicación por 10, 100, 1.000...
4. Práctica de la multiplicación. Casos generales. I.
5. Práctica de la multiplicación. Casos generales. II.
6. Práctica de la multiplicación. Casos particulares.
7. Cálculo aproximado y operaciones combinadas.

Ejercicios y problemas.

Tema 8. División. 52

1. División exacta.
2. División entera o inexacta.
3. Propiedad del resto. Prueba de la división.
4. Propiedades fundamentales de la división.
5. Problemas que resuelve la división.

Ejercicios y problemas.

Tema 9. Práctica de la división. Casos generales. 58

1. Primer caso: dividendo de varias cifras y divisor de una. I.
2. Primer caso: dividendo de varias cifras y divisor de una. II.
3. Segundo caso: dividendo de varias cifras y divisor de dos cifras.
4. Tercer caso: dividendo y divisor de varias cifras.
5. Otra forma de averiguar las cifras del cociente.
6. Casos particulares de la división.

Ejercicios y problemas.

Tema 10. Rectas perpendiculares. Ángulo. 66

1. Plano, recta, segmento.
2. Rectas secantes y rectas paralelas. Ángulo.
3. Elementos de un ángulo. Comparación de ángulos.
4. Ángulos consecutivos y adyacentes. Medida de ángulos.
5. Rectas perpendiculares y rectas oblicuas. Ángulos rectos, agudos y obtusos.

Ejercicios y problemas.

Tema 11. Ángulos. 72

1. Distancia de un punto a una recta.
2. Clasificación de los ángulos por el número de regiones angulares que ocupan.
3. Suma de ángulos. Ángulos opuestos por el vértice.
4. Ángulos complementarios y ángulos suplementarios.

Tema 12. Longitud. 76

1. Medida.
2. Medir longitudes.
3. Unidades de longitud. I.
4. Unidades de longitud. II.
5. Relaciones entre las unidades de longitud.

Ejercicios y problemas.

Tema 13. Capacidad y masa. 82

1. Unidades de capacidad. I.
2. Unidades de capacidad. II.
3. Relaciones entre las unidades de capacidad.
4. Unidades de masa. I.
5. Unidades de masa. II.
6. Relaciones entre las unidades de masa.

Ejercicios y problemas.

Tema 14. Tiempo y precio. 90

1. Unidades de tiempo. I.
2. Unidades de tiempo. II.
3. Unidades monetarias.

Ejercicios y problemas.

Tema 15. Fracciones. 94

1. Unidades fraccionarias o fracciones de numerador 1.
2. Fracciones: términos.
3. La fracción como cociente de dos números.
4. Cómo se calcula la fracción de un número.

Ejercicios y problemas.

Tema 16. Fracciones decimales. 100

1. Décimas, centésimas, milésimas.
2. Forma decimal de las fracciones decimales.
3. Relaciones entre unidad, décimas, centésimas y milésimas.

Ejercicios y problemas.

Tema 17. Números decimales. 104

1. Unidades decimales. Número decimal.
2. Escritura y lectura de números decimales.
3. Descomposición de números decimales. Valor de posición.
4. Expresión en forma de fracción y en forma decimal.
5. Ceros a la derecha de un decimal.

Ejercicios y problemas.

Tema 18. Adición y sustracción de números decimales. 110

1. Suma de números decimales.
2. Resta de números decimales.
3. Suma y resta de números decimales.

Ejercicios y problemas.

Tema 19. Multiplicación y división de números decimales. 116

1. Multiplicación de un número decimal por 10, 100, 1.000...
2. División por 10, 100, 1.000...
3. Multiplicación de números decimales.
4. División de números decimales. I.
5. División de números decimales. II.
6. Cociente aproximado de números naturales.

Ejercicios y problemas.

Tema 20. Los decimales y el Sistema Métrico Decimal. 124

1. Los decimales y las unidades de longitud.
2. Los decimales y las unidades de capacidad y masa.
3. Cambios de unidad con el cuadro de unidades. I.
4. Cambios de unidad con el cuadro de unidades. II.
5. Expresión de una medida con la unidad adecuada.

Ejercicios y problemas.

Tema 21. Polígonos. 132

1. Polígonos: elementos.
2. Clasificación de los polígonos.
3. Polígonos regulares e irregulares. Perímetro de un polígono.
4. Triángulos. Clasificación según sus lados.
5. Triángulos. Clasificación según sus ángulos.

Ejercicios y problemas.

Tema 22. Cuadriláteros. 138

1. Cuadriláteros. Clasificación.
2. Intersección de bandas de plano.
3. Paralelogramos.

Ejercicios y problemas.

Tema 23. Circunferencia y círculo. 142

1. Circunferencia. Trazado.
2. Radio. Arco. Cuerda. Diámetro.
3. Posiciones de un punto, de una recta y de una circunferencia.
4. Círculo. Semicircunferencia y semicírculo.

Tema 24. Igualdad en el plano. 146

1. Simetría respecto de un eje.
2. Simetrías sobre la cuadrícula.
3. Simetrías sucesivas de ejes paralelos. Traslación.
4. Traslaciones sencillas sobre la cuadrícula. Traslaciones sucesivas.
5. Figuras iguales.
6. Construcción de frisos.

Tema 25. Prismas, pirámides y cuerpos redondos. 152

1. Prismas. Elementos fundamentales.
2. Clases de prismas. Prisma recto y prisma regular.
3. Pirámides. Elementos fundamentales.
4. Clases de pirámides. Pirámide regular.
5. Cilindro. Elementos fundamentales.
6. Cono. Elementos fundamentales.
7. La esfera.

Ejercicios y problemas.

1. Formación de conjuntos por extensión y por comprensión.

CONJUNTO FORMADO POR EXTENSIÓN
(enumerando sus elementos)

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

El conjunto **A** se ha formado o definido enumerando sus elementos. Se dice, por eso, que se ha formado **por extensión.**

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

CONJUNTO FORMADO POR COMPRENSIÓN
(dado con una propiedad característica)

$A = \{\text{números impares de una cifra}\}$

El conjunto **A** se puede formar también **por comprensión,** es decir, mediante una **propiedad o atributo** que sólo cumplen sus elementos:

$A = \{\text{números impares de una cifra}\}$

Así, la propiedad «ser número impar de una cifra» la tienen todos los elementos de **A,** y ninguno más, y por eso se dice que es una **propiedad característica** del conjunto **A.**

Un conjunto se forma o se define por extensión cuando se enumeran todos sus elementos.

Un conjunto se forma por comprensión cuando se da una propiedad característica del mismo.

Propiedad característica de un conjunto es un atributo o propiedad que sólo poseen los elementos de ese conjunto.

1. Considera el conjunto D = {días de la semana}.

- ¿Cómo se ha formado el conjunto **D,** por extensión o por comprensión?
- ¿Cuál es la propiedad característica del conjunto **D**? **«Ser .....».**
- Forma por extensión el conjunto **D** escribiendo sus elementos entre llaves: {...}.
- Representa después el conjunto **D** mediante un diagrama de Venn.

2. Contesta:

- ¿Cuál es la propiedad característica de este conjunto?

$P = \{\text{Norte, Sur, Este, Oeste}\}$

- Forma el conjunto **P** por comprensión.

3. Representa:

- El conjunto de las vocales en un diagrama de Venn.
- El conjunto de los puntos cardinales en un diagrama de Venn y entre llaves.

2. Conjuntos bien formados o bien definidos.

CONJUNTOS BIEN DEFINIDOS

V = {letras vocales}

D = {días de la semana}

CONJUNTOS MAL DEFINIDOS

F = {los tres mejores futbolistas de España}

H = {alumnos de este curso que serán pilotos}

Conjunto bien formado o bien definido

El conjunto **V = {letras vocales}** es un conjunto bien formado, porque se sabe cuáles son sus elementos: **a, e, i, o, u.**

Otro conjunto bien formado es el conjunto **D**:

D = {días de la semana}

En cambio, el conjunto **F**, formado por los tres mejores futbolistas españoles, no está bien formado porque no se sabe con seguridad cuáles son sus elementos.

También es un conjunto mal formado el conjunto **H** de los alumnos de este curso que cuando sean mayores serán pilotos.

Un conjunto se dice que está bien formado o bien definido cuando se sabe con seguridad cuáles son sus elementos.

1. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos están bien definidos?

A = {meses del año cuyo nombre empieza por m}

B = {alumnos de este colegio que aprobarán en junio}

C = {los tres mejores actores de cine en la actualidad}

D = {alumnos de esta clase que serán médicos}

2. Responde y representa:

¿Cuál es la propiedad característica del conjunto **P**?

P = {Mercurio, Venus, La Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano, Neptuno, Plutón}

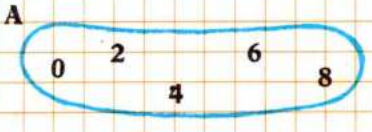
«Ser .....»

Representa en diagramas de Venn el conjunto **P.**

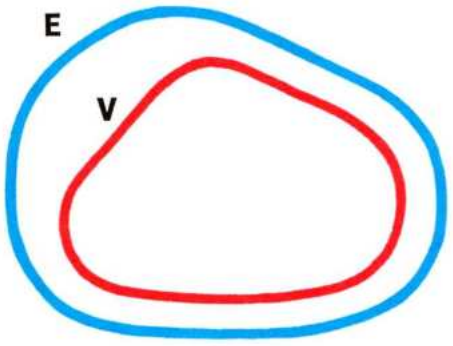
3. ¿Cuál es la propiedad característica de cada uno de los siguientes conjuntos?

Q = {junio, julio} **S = {martes, miércoles}**

4. ¿Cuál es la propiedad característica del conjunto A?



3. Subconjuntos.



E = {españoles}

V = {valencianos}

V ⊂ E → todos los valencianos son españoles

Conjunto referencial

Consideremos el conjunto **E = {españoles}** como conjunto básico del que obtendremos otros conjuntos.

Diremos que el conjunto **E = {españoles}** va a ser ahora el **conjunto referencial.**

Conjunto y subconjunto

Sea **V** el conjunto formado por los valencianos:

V = {valencianos}

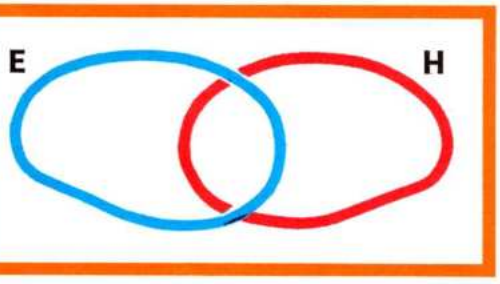
Todos los valencianos son españoles, es decir, todos los elementos de **V** pertenecen a **E.**

Por eso se dice que **V** es un subconjunto de **E.**

Se escribe: **V ⊂ E.**

Se puede leer de varias maneras:

- **V está contenido en E.**
- **V está incluido en E.**
- **V es una parte de E.**
- **V es un subconjunto de E.**



Observa ahora los conjuntos

E = {españoles}
H = {personas que hablan inglés}

El conjunto **H** no es subconjunto de **E.**

Se escribe: **H ⊄ E.**

Se lee: **H no está contenido en E.**

Un conjunto es subconjunto de otro cuando todos los elementos del primero pertenecen al segundo.

1. Lee atentamente:

Considera los siguientes subconjuntos del conjunto referencial **E = {españoles}**:

{sevillanos} **{malagueños}** **{asturianos}** **{madrileños}** **{extremeños}**

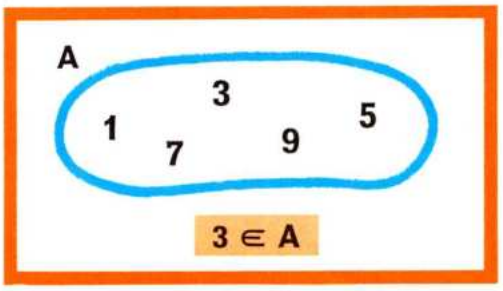
Observa cómo se expresa con el símbolo ⊂ y mediante diagramas que «todos los sevillanos son españoles».

{sevillanos} ⊂ {españoles}

2. Expresa de las dos formas anteriores cada uno de estos enunciados:

a) Todos los malagueños son españoles.
b) Todos los asturianos son españoles.
c) Todos los madrileños son españoles.
d) Todos los extremeños son españoles.

4. Pertenencia e inclusión.



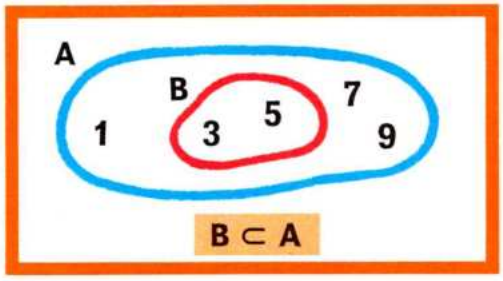
Pertenencia

Considera el conjunto **A** = {**1, 3, 5, 7, 9**}.

Para expresar que **3** es un elemento de **A** se escribe **3 ∈ A.**

El símbolo ∈ expresa la relación de pertenencia.

Relación de pertenencia es la que existe entre un conjunto y sus elementos.



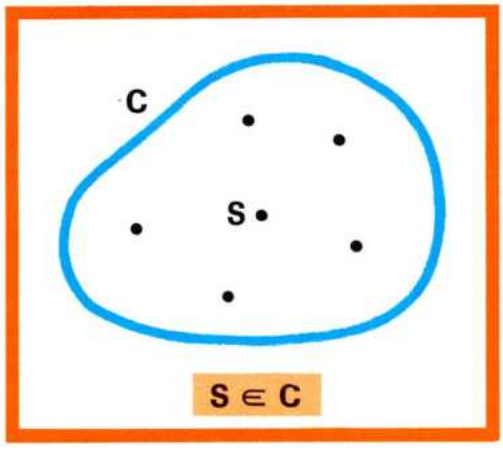
Inclusión

El conjunto **B** = {**3, 5**} es un subconjunto del conjunto **A** = {**1, 3, 5, 7, 9**}.

Se escribe **B ⊂ A.**

El símbolo ⊂ expresa la relación de inclusión del subconjunto **B** en el conjunto **A.**

Relación de inclusión es la que existe entre un conjunto y sus subconjuntos.



Ocurre algunas veces que un conjunto es, a su vez, elemento de otro conjunto.

El conjunto **S** = {**jugadores del Spórting de Gijón**} es un elemento del conjunto **C.**

C = {**equipos de primera división**}

Así, la relación de pertenencia se puede dar entre conjuntos siempre que uno de ellos esté considerado como elemento del otro.

La relación **S ∈ C** indica que el Spórting de Gijón es un equipo de primera división.

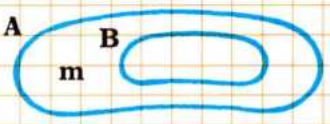
1. Considera los siguientes conjuntos:

A = {**palabras agudas**}
B = {**palabras llanas**}
E = {**palabras esdrújulas**}

Expresa mediante el signo ∈ a qué conjunto pertenece cada una de las siguientes palabras:

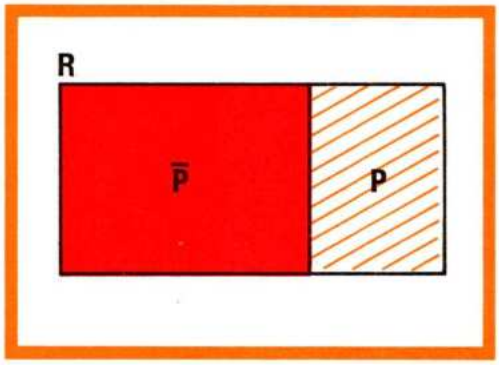
rojo	**simpático**	**llegó**	**contar**
sube	**mesa**	**ráfaga**	

2. Escribe con los signos adecuados de pertenencia e inclusión las relaciones que se observan en el diagrama.



m ... **A** **B** ... **A**
m ... **B** **A** ... **B**

5. Subconjunto complementario.

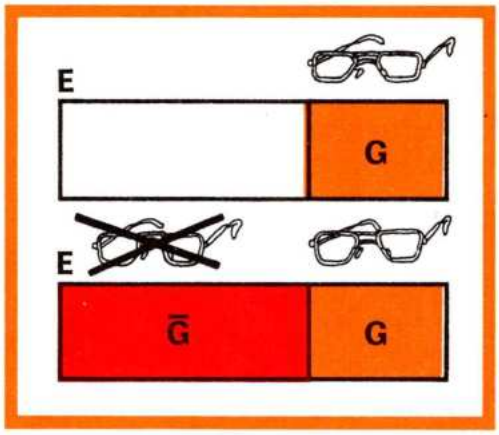


Considera todo el rectángulo **R** y la parte rayada **P.** Se observa que **P** es un subconjunto de **R:**

$$P \subset R$$

La parte coloreada de rojo se llama parte complementaria de **P** respecto de **R** y se representa por $\overline{P}$.

En este ejemplo el conjunto básico o referencial ha sido el rectángulo **R.**



Consideremos ahora como conjunto referencial el conjunto **E** de los españoles:

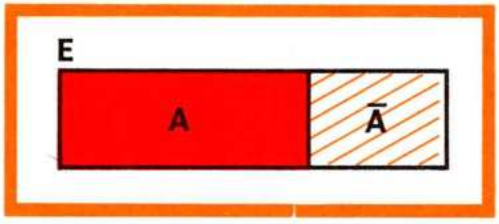
$$E = \{\textbf{españoles}\}$$

y el subconjunto **G** de **E** formado por los españoles que usan gafas:

$$G = \{\textbf{españoles que usan gafas}\}$$

El subconjunto complementario de **G** está formado por los españoles que no usan gafas:

$$\overline{G} = \{\textbf{españoles que no usan gafas}\}$$



En general, si **A** es un subconjunto de un conjunto referencial **E,** la parte rayada $\overline{A}$ representa el subconjunto complementario de **A.**

El subconjunto $\overline{A}$ complementario de A respecto de E está formado por los elementos de E que no pertenecen a A.

1. Responde y representa:

¿Cuál es el complementario de **V** respecto de **L**?

El conjunto **V** = {**letras vocales**} es un subconjunto del conjunto **L.**

L = {**letras del abecedario**}

Representa los conjuntos **V** y **L** en diagramas de Venn.

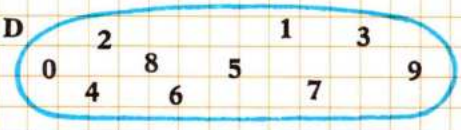
2. Halla el subconjunto $\overline{B}$ complementario de B respecto de A.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ y $B = \{3, 5\}$.

3. Halla subconjuntos complementarios y represéntalos.

a) Halla el subconjunto complementario de **I** = {**italianos**} respecto del conjunto referencial **E** = {**europeos**}.

b) Halla el subconjunto complementario de **P** = {**0, 2, 4, 6, 8**} respecto del conjunto **D.**



c) Representa ambos subconjuntos: **P** y $\overline{P}$.

Ejercicios y problemas

1. Fíjate en el conjunto **P** de las partes del mundo:

P = {**Europa, Asia, África, América, Oceanía**}

¿Es España un elemento de **P**?

¿Qué propiedad tienen los elementos de **P**?

2. Considera el conjunto

M = {**11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99**}.

¿Cómo son las dos cifras que forman cada número?

¿Qué propiedad cumplen todos los elementos del conjunto **M**?

Determina el conjunto **M** por comprensión.

3. Escribe tres subconjuntos del conjunto

A = {**1, 3, 5, 7, 9**}.

4. Escribe dos subconjuntos del conjunto

B = {**letras de la palabra arte**}.

5. Define por extensión el conjunto **M.**

M = {**números pares mayores que 10 y menores que 20**}

6. Escribe entre llaves el conjunto **D** de los días de la semana.

Halla el subconjunto complementario de **M** = {**martes, miércoles**}.

7. Considera los conjuntos

P = {**peces**} **M** = {**mamíferos**}

Determina un conjunto **A** de tal modo que **P** y **M** sean subconjuntos de **A.**

8. Considera como conjunto referencial el conjunto **E** = {**a, b, c, d, e, f, g, h**}.

Escribe los subconjuntos complementarios de cada uno de los conjuntos dados.

Subconjunto	Subconjunto complementario
{a, b, c}	
{a, b, c, d}	
{e, f, g}	
{a, c, g, h}	

9. Observa el conjunto:

E = {**m, p, q, r, s, t**}

Halla el complementario respecto de **E** de los siguientes subconjuntos de **E**:

A = {**m, q, r**}

B = {**p, q, r**}

10. Sea el conjunto **D** = {**días de la semana**} el conjunto referencial.

Escribe los siguientes subconjuntos de **D**:

- Conjunto de los días de la semana cuya primera letra es **m.**
- Conjunto de los días de la semana que no hay colegio.

11. El conjunto **A** = {**2, 4, 6, 8**} tiene seis subconjuntos de dos elementos; cuatro de ellos son {**2, 4**}, {**2, 6**}, {**2, 8**}, {**4, 6**}.

¿Cuáles son los dos que faltan?

12. Si **C** es el conjunto de los alumnos de este colegio y **M** es el conjunto de los alumnos de cuarto nivel, ¿qué relación hay entre los conjuntos **C** y **M**?

13. Indica un subconjunto de cada uno de los siguientes conjuntos:

A = {**españoles**}

B = {**números menores que 15**}

C = {**cuadriláteros**}

D = {**ríos de España**}

M= {**capitales del mundo**}

14. Lee atentamente:

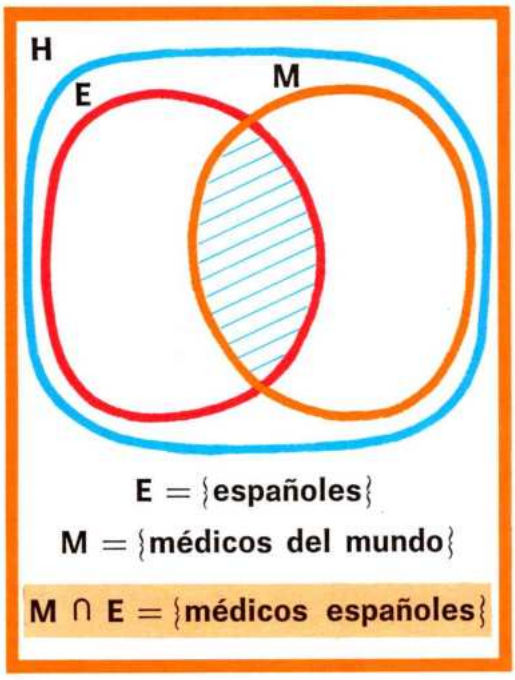
Una clase de un colegio es un conjunto de alumnos.

Indica un conjunto en el que cada clase sea un elemento.

15. Sea **G** = {**gallegos**} y **E** = {**españoles**}.

Expresa con el signo $\subset$ que todos los gallegos son españoles.

1. Intersección de conjuntos.



E = {españoles}

M = {médicos del mundo}

M ∩ E = {médicos españoles}

Intersección de conjuntos no disjuntos

Consideremos **H** como conjunto referencial.

H = {personas del mundo}

Los conjuntos **E = {españoles}**
y **M = {médicos del mundo}**
se han representado en diagramas de Venn.

Los elementos que son a la vez de los dos conjuntos **E** y **M** forman el conjunto intersección **M ∩ E.**

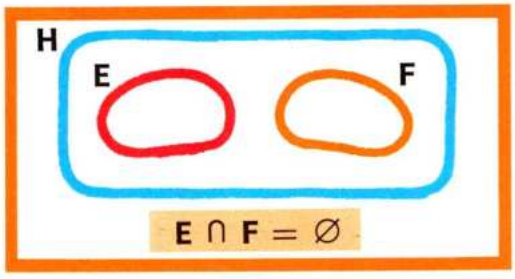
La propiedad característica de **E** es «ser español».

La propiedad característica de **M** es «ser médico».

La propiedad característica del conjunto **M ∩ E** es «ser médico español»:

M ∩ E = {médicos españoles}

Se llama intersección de dos conjuntos al conjunto formado por los elementos que pertenecen a la vez a los dos conjuntos.



E ∩ F = ∅

Intersección de conjuntos disjuntos

¿Cuál es la intersección de los conjuntos **E** y **F**?

E = {españoles} **F = {franceses}**

Estos dos conjuntos no tienen elementos comunes. Son disjuntos. Su intersección es el conjunto vacío: **E ∩ F = ∅.**

Dos conjuntos son disjuntos si no tienen ningún elemento común. La intersección de dos conjuntos disjuntos es el conjunto vacío.

1. Halla el conjunto intersección en cada caso:

A	B	A ∩ B
{1, 3, 5, 7}	{2, 3, 4, 5}	
{5, 7, 9, 3}	{5, 6, 7, 8}	
{2, 4, 6, 8}	{1, 3, 5, 7, 9}	

2. Representa en diagramas de Venn los conjuntos A e I:

A = {europeos}
I = {personas que hablan inglés}

Halla el conjunto intersección **A ∩ I.**

3. Halla el conjunto intersección A ∩ B:

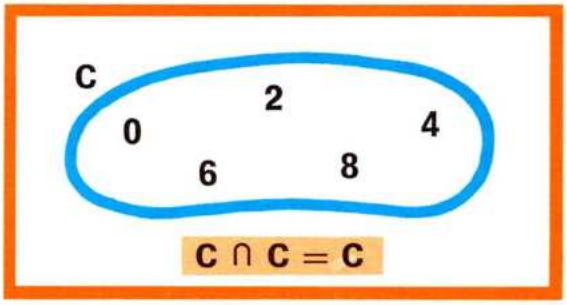
A = {números de la familia del 3 menores que 19} = {0, 3, 6, ...}

B = {números de la familia del 2 menores que 19} = {0, 2, 4, ...}

4. Escribe dos conjuntos A y B que sean disjuntos.

¿Cuál es el conjunto intersección **A ∩ B?**

2. Casos particulares de la intersección.



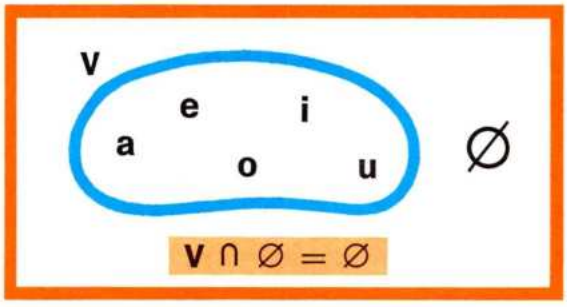
CASO A

Sea el conjunto **C**, formado por los números pares de una cifra: **C** = {**0, 2, 4, 6, 8**}.

¿Cuáles son los elementos que pertenecen a la vez al conjunto **C** y al mismo conjunto **C**?

Los elementos comunes son todos los de **C**. Por eso, **C** ∩ **C** = **C**.

La intersección de un conjunto consigo mismo es el mismo conjunto.



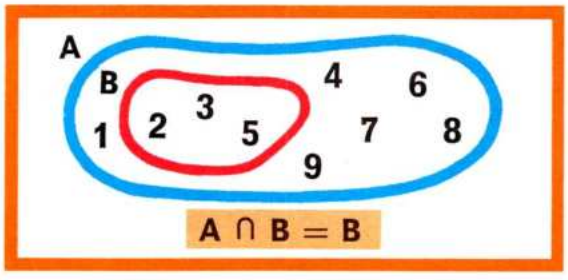
CASO B

Considera ahora el conjunto **V** de las vocales y el conjunto vacío: **V** = {**vocales**}, ∅.

¿Tienen estos conjuntos algún elemento común?

Como el conjunto vacío no tiene elementos, no hay elementos comunes; por eso, **V** ∩ ∅ = ∅.

La intersección de cualquier conjunto con el conjunto vacío es siempre el conjunto vacío.



CASO C

Sea el conjunto **A** = {**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**} y el subconjunto **B** = {**2, 3, 5**}.

Los elementos comunes a **A** y **B** son los elementos de **B**. Luego **A** ∩ **B** = **B**.

La intersección de un conjunto A con un subconjunto suyo B es el subconjunto B.

1. Halla E ∩ F:

E = {ríos españoles que desembocan en el océano Atlántico}

F = {ríos españoles que pasan por Inglaterra}

2. Halla G ∩ F:

G = {provincias gallegas}

F = {La Coruña, Lugo, Orense, Pontevedra}

3. Halla A ∩ B:

A = {números menores que 10}

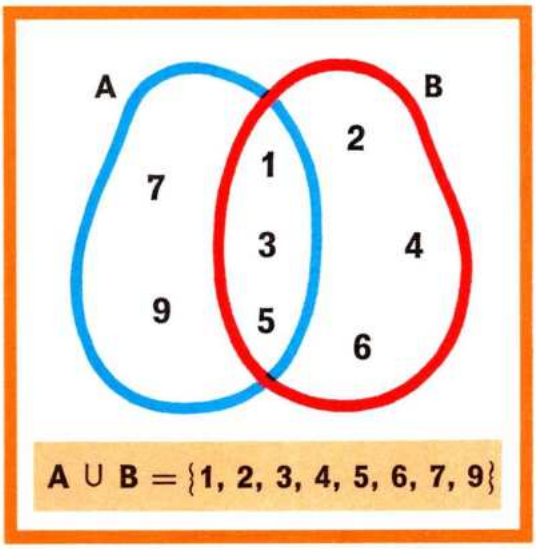
B = {números de una cifra}

4. Halla D ∩ E:

D = {niños de esta clase que tienen menos de 12 años}

E = {niños de esta clase que miden 2 metros}

3. Unión de conjuntos.



$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

Unión de conjuntos no disjuntos

Observa los diagramas de Venn de los conjuntos **A** y **B**:

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Hay elementos que pertenecen sólo al conjunto **A** (**7** y **9**).

Hay elementos que pertenecen sólo al conjunto **B** (**2**, **4** y **6**).

Hay elementos que pertenecen a la vez a los dos conjuntos (**1**, **3** y **5**).

La unión de los conjuntos **A** y **B** es el conjunto $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$.

La unión de dos conjuntos no disjuntos A y B es otro conjunto formado por los elementos que pertenecen sólo a A, los elementos que pertenecen sólo a B y los elementos que pertenecen a la vez a los dos conjuntos A y B.

Unión de conjuntos disjuntos

Considera ahora los dos conjuntos siguientes:

G = {**provincias de Galicia**}

E = {**provincias de Extremadura**}

Los conjuntos **G** y **E** no tienen elementos comunes. Son conjuntos disjuntos.

La unión de los conjuntos disjuntos **G** y **E** es:

$G \cup E = \{$**La Coruña, Lugo, Orense, Pontevedra, Cáceres, Badajoz**$\}$

La unión de dos conjuntos disjuntos está formada por los elementos de ambos conjuntos.

1. Halla el conjunto unión:

A	B	A ∪ B
{a, b, c, d, e}	{b, c, p, q}	
{1, 3, 7}	{1, 2, 7, 4}	
{3, 4, 2}	{5, 7, 9}	
{1, 5, 7}	{5, 7, 9}	
{m, n, p}	{m, p, q}	

2. Escribe por extensión el conjunto unión:

A = {provincias andaluzas}

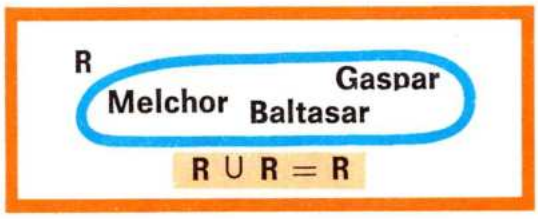
C = {provincias catalanas}

3. Halla A ∪ B:

A = {números de la familia de 3 menores que 19}

B = {números de la familia de 2 menores que 19}

4. Casos particulares de la unión.

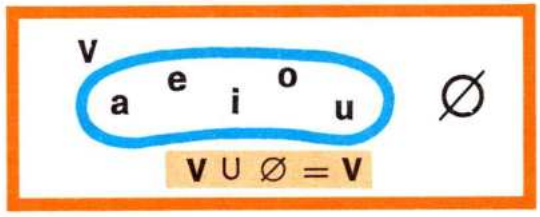


CASO A

Considera el conjunto **R** formado por los Reyes Magos: **R** = {**Reyes Magos**}.

La unión del conjunto **R** con él mismo da el conjunto **R**: **R** ∪ **R** = **R**.

La unión de un conjunto consigo mismo es el mismo conjunto.

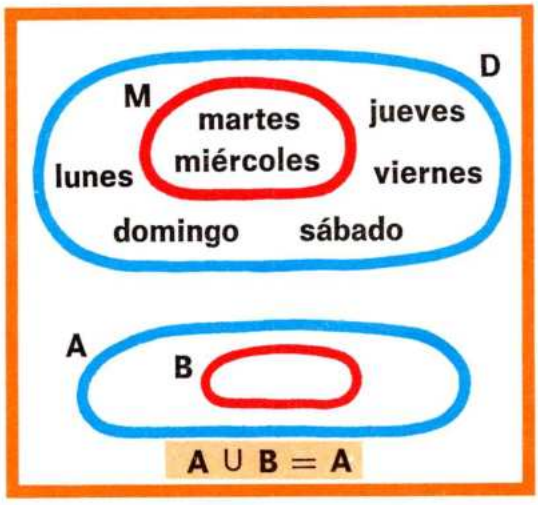


CASO B

¿Qué conjunto se obtiene si unimos el conjunto **V** de las vocales con el conjunto vacío?

Como el conjunto ∅ no tiene elementos, resulta que **V** ∪ ∅ = **V**.

La unión de cualquier conjunto con el conjunto vacío es el conjunto dado.



CASO C

Vamos a realizar la unión de un conjunto con un subconjunto suyo.

Sean los conjuntos **D** y **M**.

D = {**días de la semana**}

M = {**días de la semana cuyo nombre empieza por m**}

La unión de **M** y **D** es el conjunto **D**:

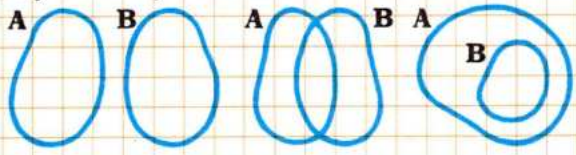
D ∪ **M** = **D** = {**lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado, domingo**}

En general, si **B** ⊂ **A**, entonces **A** ∪ **B** = **A**.

La unión de un conjunto A con un subconjunto suyo B es el conjunto A.

1. Observa los conjuntos A y B:

Raya el conjunto unión **A** ∪ **B** en cada caso.



2. Observa el conjunto E:

E = {1, 2, 3, 4}

Halla el conjunto **E** ∪ **E**.

3. Sean los conjuntos:

E = {**provincias extremeñas**}

M = {**Cáceres, Badajoz**}

Representa estos conjuntos en diagramas de Venn.

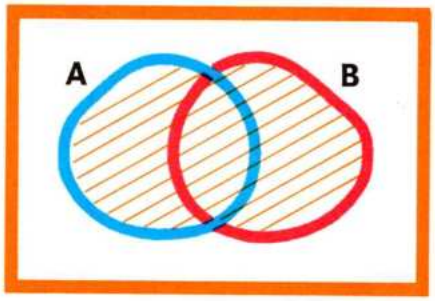
Halla **E** ∪ **M**.

4. Halla A ∪ ∅:

A = {**mar, marinero, pescadores**}

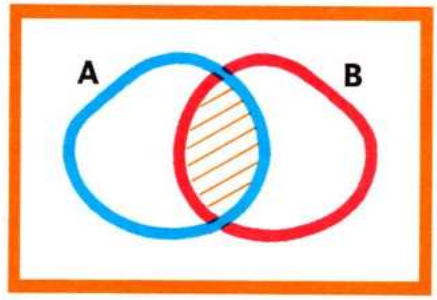
5. Unión e intersección.

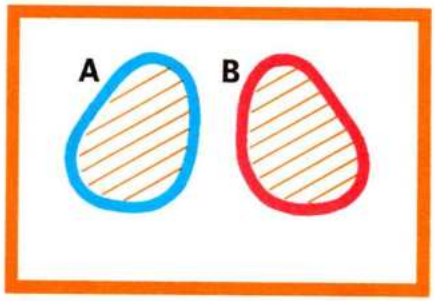
En cada caso, la unión y la intersección es la parte rayada.



Unión de **A** y **B**

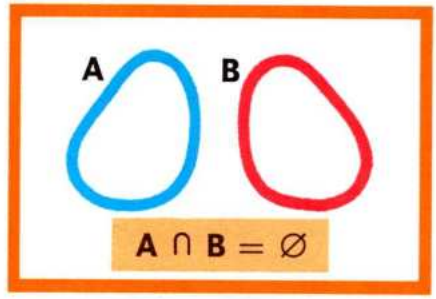
Intersección de **A** y **B**

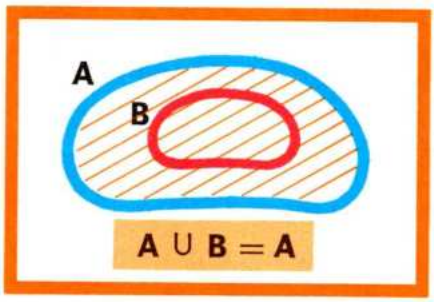




Unión de **A** y **B**

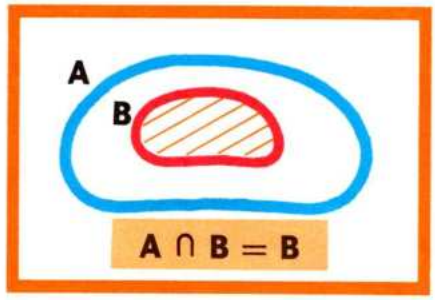
Intersección de **A** y **B**





Unión de **A** y **B**

Intersección de **A** y **B**

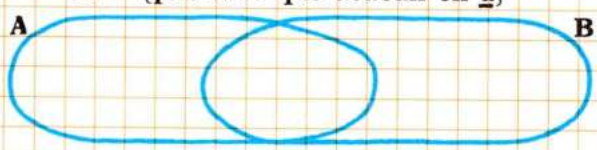


1. Coloca las palabras en el lugar conveniente del diagrama:

amapola	barriga	alto
lechuga	lata	ala

A = {palabras que empiezan por a}

B = {palabras que acaban en a}



2. Halla en cada caso el conjunto intersección y el conjunto unión:

A = {aragoneses}, **B** = {zaragozanos} → **A** ∩ **B** = {...}, **A** ∪ **B** = {...}

A = {españoles}, **B** = {rusos} → **A** ∩ **B** = {...}, **A** ∪ **B** = {...}

A = {1, 3, 5, 7, 9}, **B** = {1, 3, 5} → **A** ∩ **B** = {...}, **A** ∪ **B** = {...}

3. Halla el conjunto B en cada caso:

- **A** = {3, 5, 7}, **A** ∪ **B** = {3, 5, 7, 8, 9}
  A y **B** son disjuntos.
- **A** = {3, 5, 7}, **A** ∩ **B** = {3, 5}
  B tiene dos elementos.
- **A** = {3, 5, 7}, **A** ∪ **B** = {3, 5, 7}
  En este último caso hay varias soluciones. Halla dos.

4. Escribe dos conjuntos A y B tales que A ∪ B = {a, b, c, d, e, f}.

Encuentra tres soluciones.

5. Resuelve:

La unión de dos conjuntos disjuntos **M** y **N** es **M** ∪ **N** = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

Si **M** = {0, 2, 4, 6, 8}, ¿cuál es el conjunto **N**?

Ejercicios y problemas

1. Halla $A \cap B$:

$A = \{\text{niños españoles}\}$

$B = \{\text{personas vacunadas contra la viruela}\}$

2. Halla $V \cap C$:

$V = \{\text{vocales}\}$, $C = \{\text{consonantes}\}$

3. Sean dos conjuntos **A** y **B** tales que:

$A = \{a, b, c\}$ y $A \cup B = \{a, b, c, d\}$.

Halla un conjunto **B** con cuatro elementos que cumplan las condiciones anteriores.

¿Existe una única solución al problema?

4. Llama **A** al conjunto de niños de tu ciudad y **B** al conjunto de niños que van a tu colegio.

Representa ambos conjuntos y halla $A \cup B$ y $A \cap B$.

5. Escribe dos conjuntos **P** y **Q** tales que $P \cup Q = P$.

6. Escribe dos conjuntos **M** y **N** tales que $M \cap N = M$.

7. ¿Cómo debe ser el conjunto **A** para que $A \cup A = \varnothing$?

8. Un periódico ha publicado este anuncio:

«Para puesto de secretaria de empresa internacional, se necesita señorita que sepa francés o inglés.»

Se presentan tres señoritas:

- Ana sabe francés, pero no inglés.
- Pepita sabe inglés, pero no francés.
- Aurora sabe francés e inglés.

¿Quién puede aspirar a este puesto?

Considera los conjuntos

$A = \{\text{señoritas que saben francés}\}$

$B = \{\text{señoritas que saben inglés}\}$

¿Qué conjunto tiene más elementos, $A \cup B$ o $A \cap B$?

¿Qué conjunto de personas puede aspirar al puesto, $A \cup B$ o $A \cap B$? ¿Por qué?

9. **A** es el conjunto de las palabras de la siguiente frase: «El Ebro es un río importante de España».

B es el conjunto de las palabras de la siguiente frase: «Portugal y España son dos países occidentales de Europa».

Halla $A \cap B$.

10. Considera el conjunto $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y el subconjunto $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

a) Halla un subconjunto **B** de **E** tal que $A \cap B = \{5, 9\}$.

b) Halla un subconjunto **C** de **E** tal que $A \cap C = \varnothing$.

c) Halla un subconjunto **D** de **E** tal que $A \cup D = E$.

11. La unión de dos conjuntos disjuntos **A** y **B** es $A \cup B = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$.

El conjunto $A = \{3, 11, 13, 15\}$.

Halla el conjunto **B**.

12. Halla dos conjuntos **M** y **N** tales que $M \cup N = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.

Halla tres soluciones.

13. Dado el conjunto $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ y el subconjunto $M = \{a, c, f, g\}$:

a) Halla un subconjunto **N** de **E** tal que $M \cap N = \{f, g\}$.

b) Halla un subconjunto **P** de **E** tal que $M \cap P = \{a, c\}$.

c) Halla un subconjunto **S** de **E** tal que $M \cap S = \varnothing$.

d) Halla un subconjunto **T** de **E** tal que $M \cup T = E$.

14. Halla dos conjuntos tales que:

a) Su unión sea el conjunto $\{p, q\}$.

b) Su intersección sea el conjunto $\{p, q\}$.

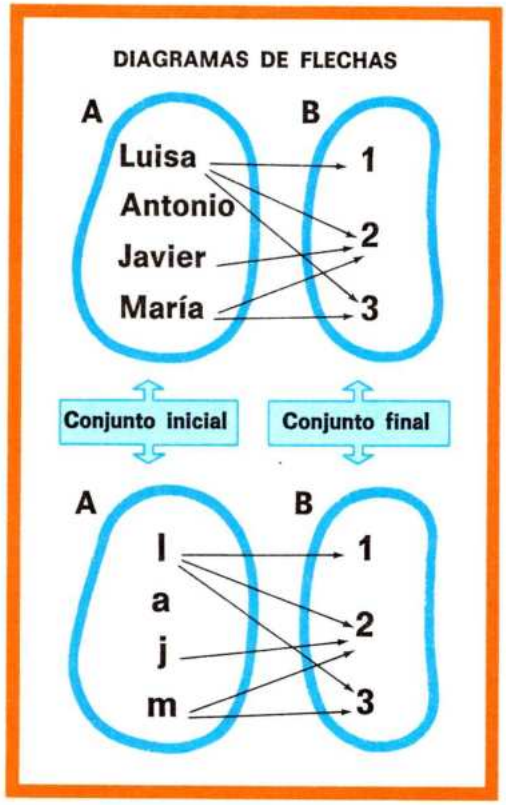
1. Correspondencia entre dos conjuntos.

Diagrama de flechas

Luisa, Antonio, Javier y María son cuatro amigos que participan en un juego. El juego consiste en lanzar pelotas desde una raya en el suelo e introducirlas en hoyos.

Cada niño puede tirar tres veces.

Una forma gráfica de indicar los resultados que obtuvieron los cuatro amigos en el juego es representarlo mediante un **diagrama de flechas.**



Correspondencia entre conjuntos

Este diagrama de flechas indica la correspondencia entre los conjuntos $A = \{l, a, j, m\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$.

El criterio de esta correspondencia es:

«... metió una pelota en el hoyo...».

Estas relaciones entre los niños y los hoyos se pueden expresar escribiendo los siguientes pares (cada flecha, un par):

$G = \{(l, 1),\ (l, 2),\ (l, 3),\ (j, 2),\ (m, 2),\ (m, 3)\}$.

En estos pares el primer elemento pertenece al conjunto **A** y el segundo al conjunto **B.**

El conjunto **A** se llama **conjunto inicial** de la correspondencia.

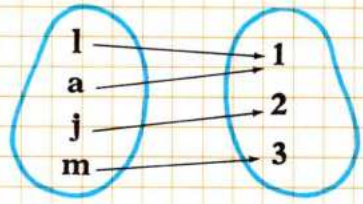
El conjunto **B** se llama **conjunto final** de la correspondencia.

El conjunto de pares **G** se llama **grafo** de la correspondencia.

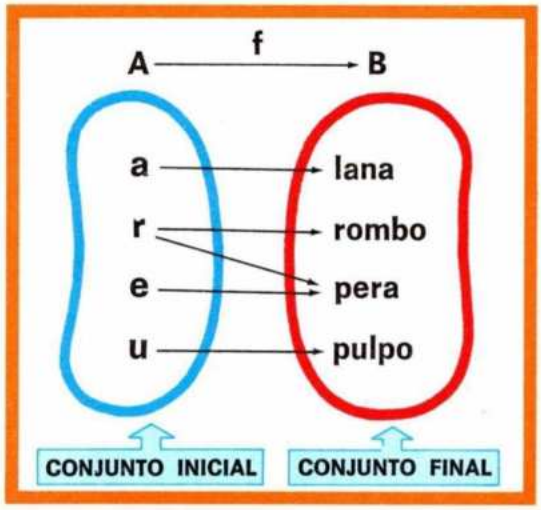
Una correspondencia entre dos conjuntos A y B es un conjunto de pares de elementos de modo que el primer elemento de cada par pertenece al conjunto A y el segundo al conjunto B.

1. Imagina que el resultado del juego hubiese sido el que indica el diagrama.

¿Cuáles serían los pares de esta correspondencia?



2. Correspondencia inversa.



Determinación de una correspondencia

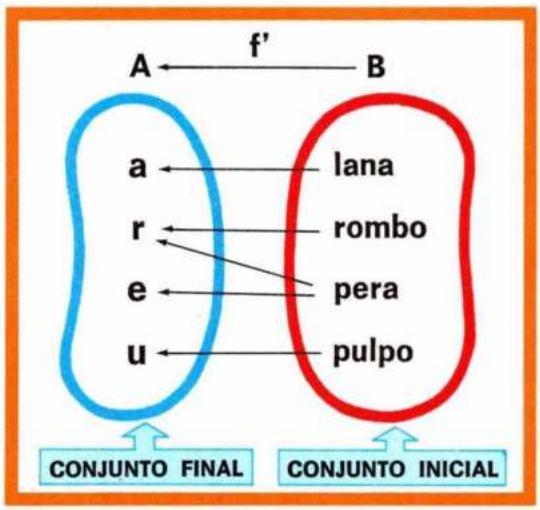
Considera los conjuntos **A** y **B.**

A es un conjunto de letras y **B** un conjunto de palabras. Entre **A** y **B** se establece la correspondencia **f,** dada por el criterio de formación «es una letra de la palabra...».

Así, las flechas que salen de la letra **r** indican que:

- **r** es una letra de la palabra **rombo,**
- **r** es una letra de la palabra **pera.**

Una correspondencia entre dos conjuntos A y B queda determinada cuando se conoce: el conjunto inicial, el conjunto final y el criterio de formación.



Correspondencia inversa

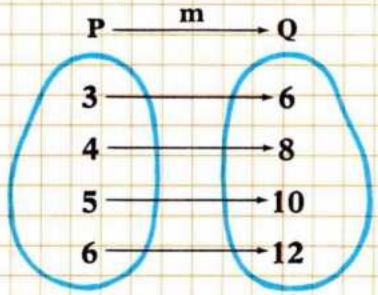
Si se cambia el sentido de las flechas en la correspondencia **f,** se obtiene otra correspondencia **f',** que se llama **correspondencia inversa** o **recíproca** de la primera.

En esta nueva correspondencia:

- El conjunto inicial o de partida es **B.**
- El conjunto final o de llegada es **A.**
- El criterio de formación en este caso es «contiene la letra...».

El conjunto inicial de una correspondencia es el conjunto final de la correspondencia inversa.

1. Observa el diagrama de la correspondencia m entre los conjuntos P y Q:



Haz el diagrama de flechas de la correspondencia inversa cambiando el sentido de las flechas.

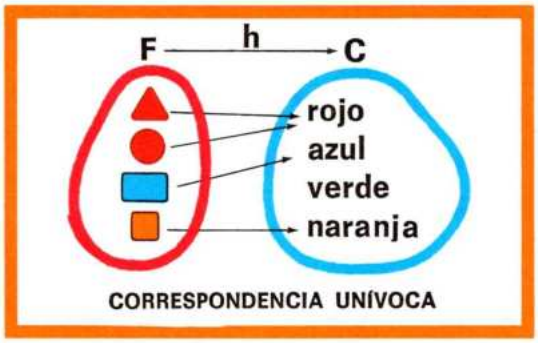
Llama **m'** a esta correspondencia.

¿Cuál es el conjunto inicial de **m'**?

¿Y el final?

¿Cuál es el criterio de formación de **m**? ¿Y el de **m'**?

3. Correspondencia unívoca. Diagrama cartesiano.

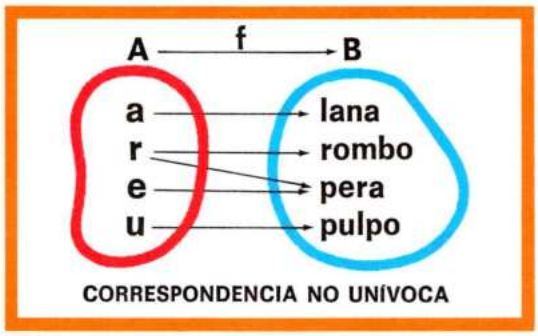


CORRESPONDENCIA UNÍVOCA

Correspondencia unívoca

El conjunto inicial de la correspondencia **h** es **F** y el conjunto final es **C**; el criterio de formación es «... es de color ...».

Observa que de cada elemento del conjunto inicial sale una sola flecha. Por eso se dice que **h** es una **correspondencia unívoca.**



CORRESPONDENCIA NO UNÍVOCA

En la correspondencia **f** hay un elemento (el **r**) del cual salen dos flechas. Por eso se dice que la correspondencia **f** es una **correspondencia no unívoca.**

Una correspondencia es unívoca cuando de cada elemento del conjunto inicial sale una sola flecha, o no sale ninguna flecha.

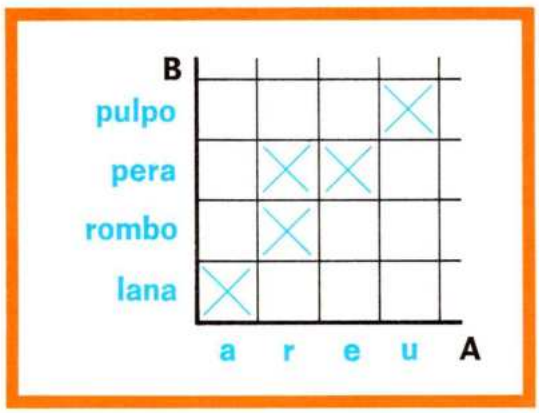


Diagrama cartesiano

Observa la correspondencia anterior representada en una cuadrícula.

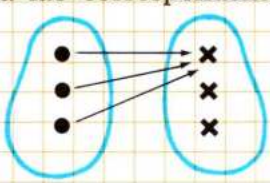
El conjunto inicial **A** se representa en la parte inferior de izquierda a derecha y el conjunto **B** en columna de abajo arriba. Cada par ordenado está representado por una cuadrícula con cruz.

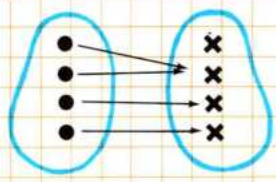
{(a, lana), (r, rombo), (r, pera), (e, pera), (u, pulpo)}

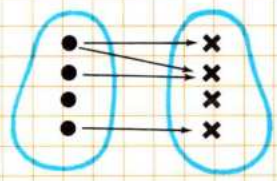
1. Observa los siguientes diagramas:

En ellos se representan con puntos los elementos del conjunto inicial y con cruces los elementos del conjunto final.

Señala las correspondencias unívocas.







2. Dibuja los diagramas de las correspondencias inversas de las anteriores.

4. Correspondencia biunívoca.

P es un conjunto de países y **C** es un conjunto de capitales.

$\mathbf{P} = \{\textbf{España, Francia, Portugal, Italia}\}$

$\mathbf{C} = \{\textbf{Madrid, París, Lisboa, Roma}\}$

Entre **P** y **C** se ha establecido la correspondencia **g** dada por el criterio «... tiene por capital ...».

La correspondencia **g** es unívoca.

La correspondencia **g'**, inversa de **g**, $\mathbf{P} \xleftarrow{g'} \mathbf{C}$ viene dada por el criterio «... es capital de ...».

Esta correspondencia **g'** también es unívoca.

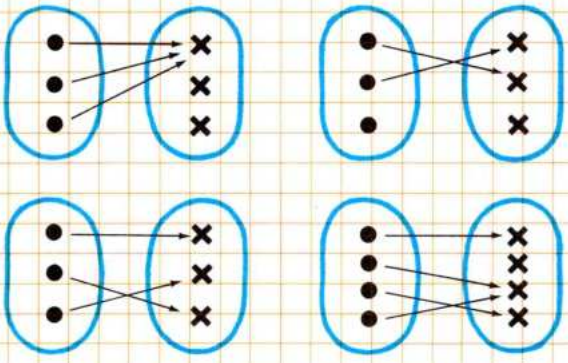
Como **g** es unívoca y su inversa **g'** también es unívoca, se dice que la correspondencia **g** es **biunívoca.**

Una correspondencia es biunívoca cuando es unívoca y su inversa también es unívoca.

Observa los diagramas de flechas de la correspondencia **m** y la de su inversa **m'.**

La correspondencia **m** es unívoca, pero su inversa **m'** no es unívoca. Por eso, **m** no es correspondencia biunívoca.

1. Señala las correspondencias biunívocas:



2. Resuelve:

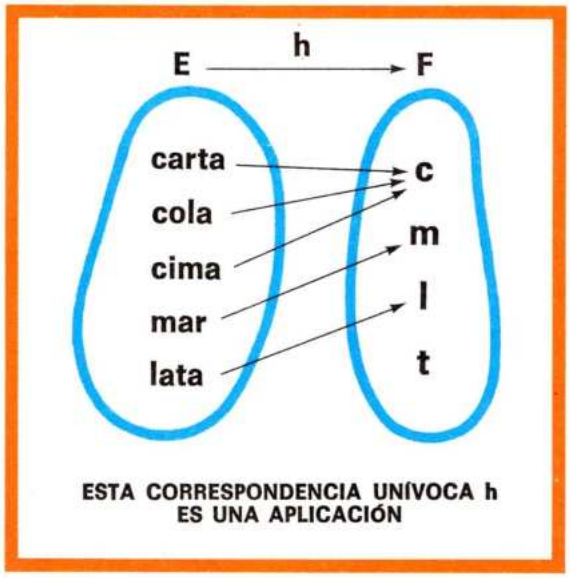
A cada número de **A** se le asocia su siguiente en **B.**

¿Es ésta una correspondencia biunívoca?

Haz el diagrama de la correspondencia inversa $\mathbf{A} = \{1, 2, 3, 4\}$, $\mathbf{B} = \{2, 3, 4, 5\}$.

¿Cuál es el criterio de la correspondencia inversa?

5. Aplicaciones.



ESTA CORRESPONDENCIA UNÍVOCA h ES UNA APLICACIÓN

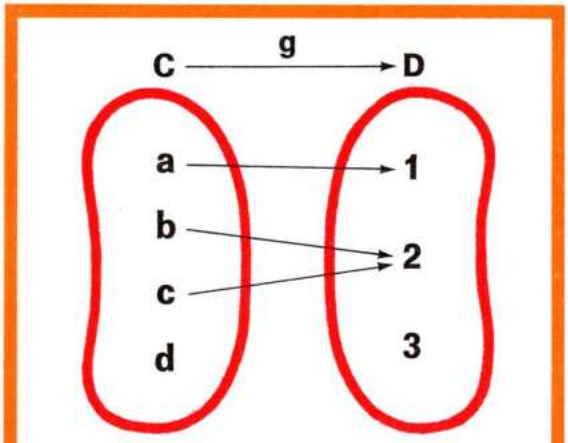
E es un conjunto de palabras y **F** es un conjunto de letras.

$$E = \{\textbf{carta, cola, cima, mar, lata}\}$$
$$F = \{\textbf{c, m, l, t}\}$$

La correspondencia **h** entre **E** y **F** representada en el diagrama de flechas asocia a cada palabra su letra inicial.

Esta correspondencia **h** es **unívoca** y además de todos los elementos del conjunto inicial **E** salen flechas. Por eso se dice que la correspondencia **h** es una **aplicación.**

Una aplicación es una correspondencia unívoca tal que de todos los elementos del conjunto inicial salen flechas; o también, una aplicación es una correspondencia tal que de todos los elementos del conjunto inicial sale una sola flecha.



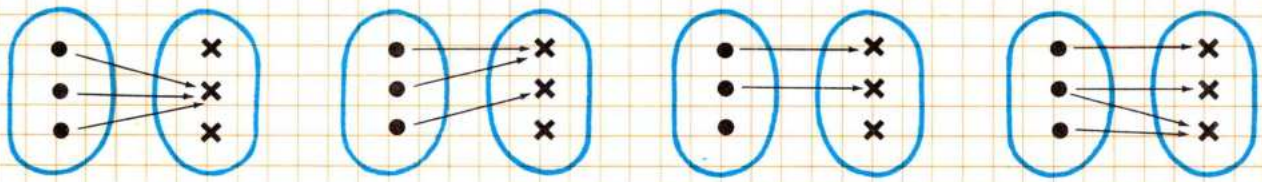
ESTA CORRESPONDENCIA UNÍVOCA g NO ES UNA APLICACIÓN

Observa ahora el diagrama de flechas de la correspondencia **g** entre los conjuntos **C** y **D.**

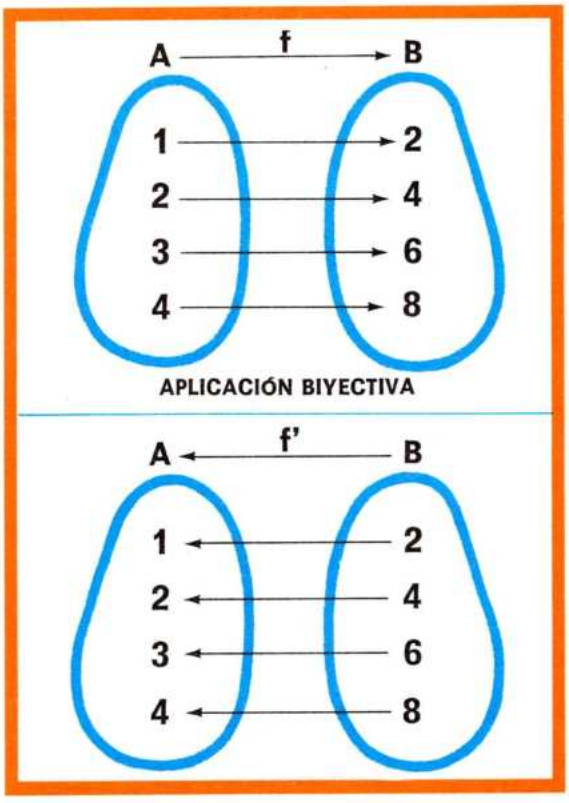
Es una correspondencia unívoca, pero no es una aplicación porque hay un elemento del conjunto inicial **(d)** del que no sale ninguna flecha.

1. Señala las correspondencias que son aplicaciones.

Para aquellas que no son aplicaciones, explica por qué no lo son.



6. Aplicaciones biyectivas o biyecciones.



Observa el diagrama de flechas de la correspondencia **f** de conjunto inicial **A** = {**1, 2, 3, 4**} y de conjunto final **B** = {**2, 4, 6, 8**}, que asocia a cada número su doble.

Esta correspondencia es una **aplicación** porque de cada elemento del conjunto inicial sale una sola flecha.

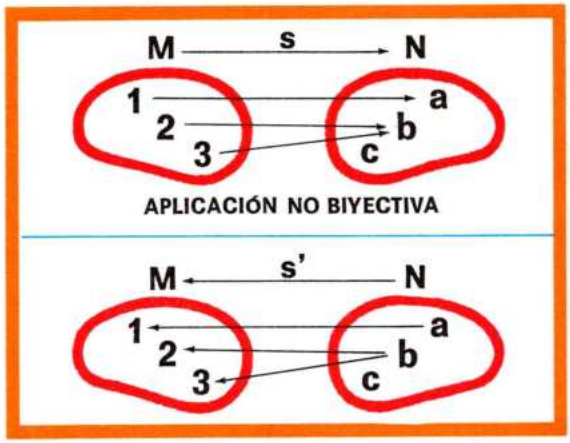
Observa también el diagrama de flechas de la correspondencia **f'**, inversa de **f.**

En esta correspondencia **f'**:

- El conjunto inicial es **B.**
- El conjunto final es **A.**
- El criterio de formación es que asocia a cada número su mitad.

La correspondencia **f'** es también aplicación; por eso se dice que **f** es una **aplicación biyectiva** o **biyección.**

Una aplicación biyectiva o biyección es una aplicación tal que su correspondencia inversa es también aplicación.

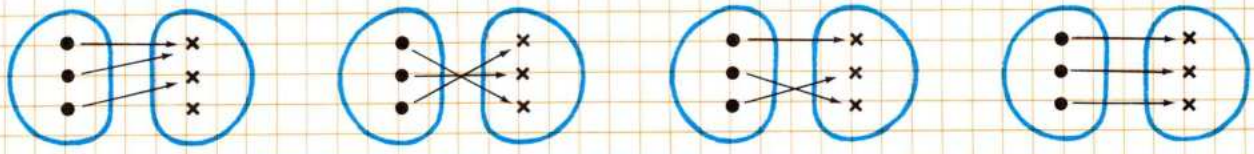


Observa los diagramas de flechas de la aplicación **s** y la de su correspondencia inversa **s'.**

Como **s'** no es aplicación resulta que la aplicación **s** no es una aplicación biyectiva.

1. Observa atentamente los diagramas:

De las siguientes correspondencias, ¿cuáles son aplicaciones biyectivas?
Dibuja para cada aplicación el diagrama de la correspondencia inversa.



Ejercicios y problemas

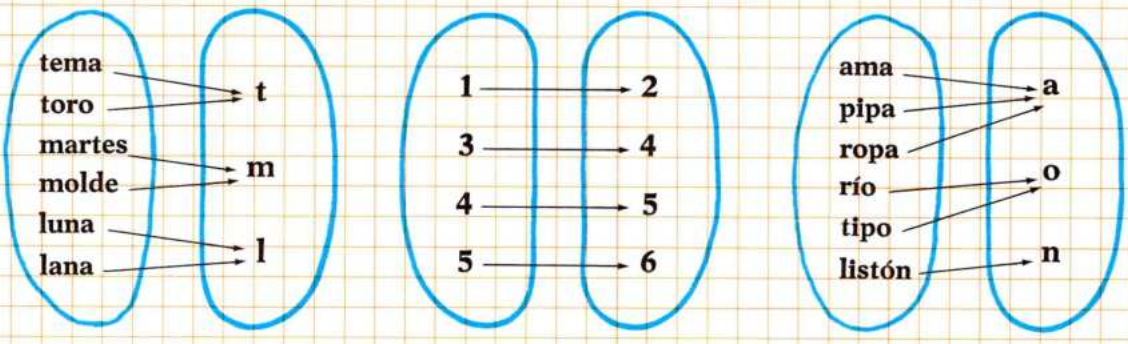
1. Dibuja el diagrama de flechas de la correspondencia entre **A** = {**2, 3, 4, 5**} y **B** = {**4, 6, 8, 10**}, con el criterio «...tiene por doble...».

¿Es una correspondencia unívoca?

¿Es aplicación?

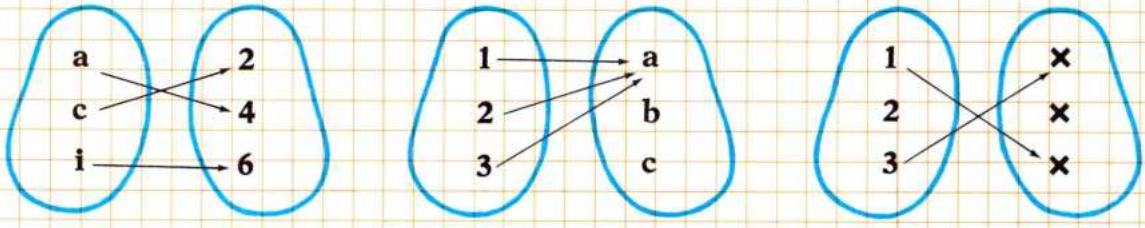
2. Observa estos diagramas.

Indica cuál es el criterio de cada una de las siguientes correspondencias:

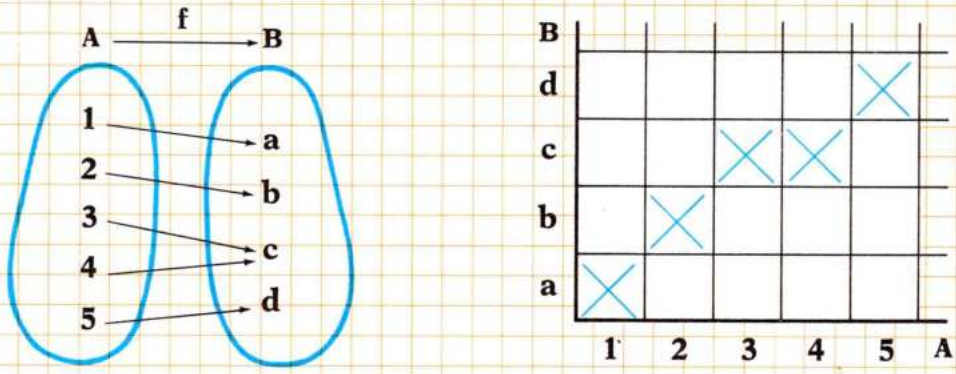


¿Cuáles de ellas son aplicaciones? ¿Hay alguna aplicación biyectiva?

3. ¿Cuáles de las siguientes correspondencias son aplicaciones?



4. Observa el diagrama de flechas y el diagrama cartesiano de la correspondencia **f**:



Haz los diagramas de flechas y cartesiano de la correspondencia inversa.

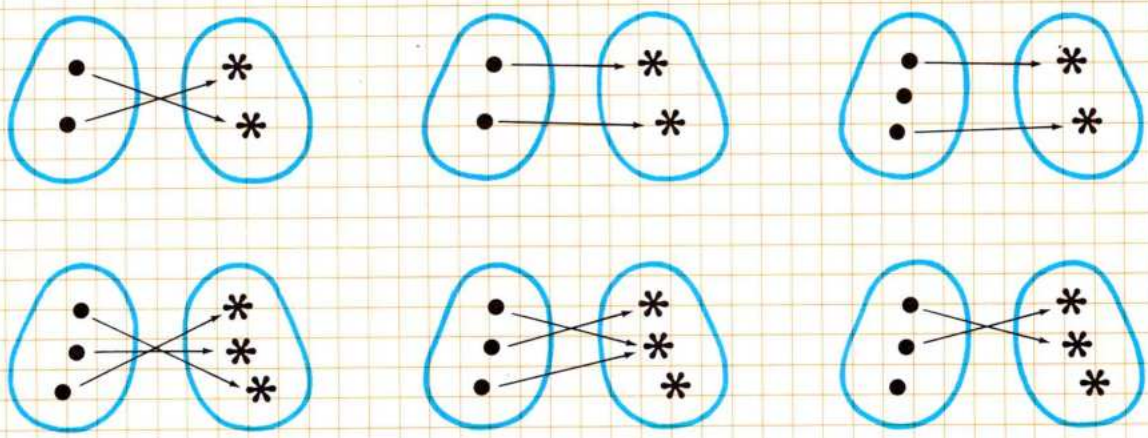
¿Es **f** una correspondencia unívoca?

¿Es **f** aplicación?

Completa los pares de esta correspondencia.

{**(1, a), (2, b),** ..., ..., ...}

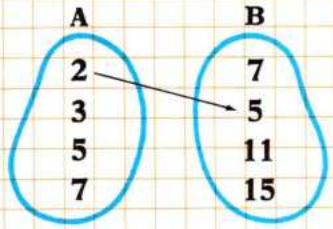
5. Indica cómo es cada una de las siguientes correspondencias:



6. Lee atentamente:

A cada número de **A** se le asocia su doble más uno en **B.**

Completa el diagrama de la correspondencia.

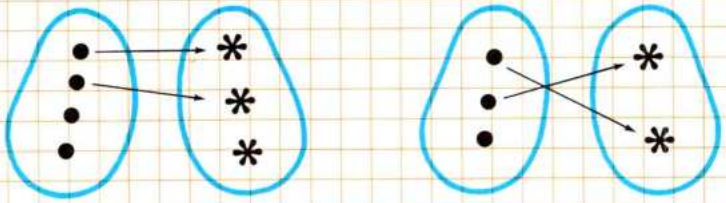


Haz el diagrama de flechas de la correspondencia inversa.

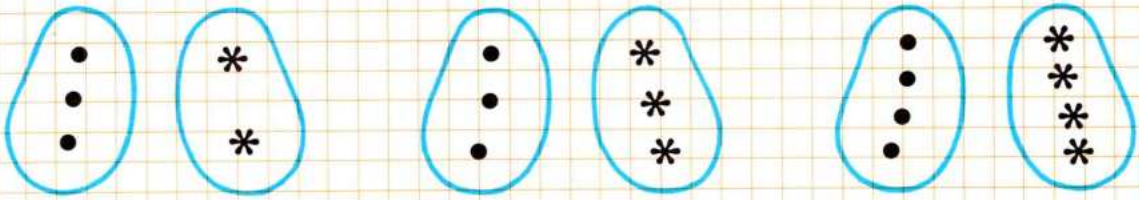
¿Qué clase de correspondencia es ésta?

7. Los siguientes diagramas son de correspondencias que no son aplicaciones.

Traza las flechas que faltan en cada uno para que pasen a ser diagramas de aplicaciones.



8. Entre cada par de conjuntos traza, cuando puedas, las flechas para obtener diagramas de aplicaciones biyectivas.



9. Escribe verdadero o falso para cada frase:

- Toda correspondencia es una aplicación.
- Toda correspondencia unívoca es aplicación.
- Toda aplicación biyectiva es aplicación.
- Toda biyección es una correspondencia biunívoca.

1. Los números de cuatro cifras.

10 unidades simples = 1 decena
10 decenas = 1 centena
10 centenas = 1 millar

M	C	D	U
Cuarto orden	Tercer orden	Segundo orden	Primer orden

Los cuatro primeros órdenes de unidades

En el sistema de numeración decimal se puede escribir cualquier número utilizando las diez cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

En el sistema decimal se hacen siempre grupos de 10.

Los cuatro primeros órdenes de unidades son:

- Las **unidades** (U) (o unidades de primer orden).
- Las **decenas** (D) (o unidades de segundo orden).
- Las **centenas** (C) (o unidades de tercer orden).
- Los **millares** (M) (o unidades de cuarto orden).

Observa la relación que hay entre estas unidades:
1 millar = 10 centenas = 100 decenas = 1.000 unidades.

La relación entre los cuatro primeros órdenes de unidades es consecuencia del **principio fundamental** del sistema de numeración decimal.

Cada 10 unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediato superior.

M	C	D	U
5	6	2	8

Números de cuatro cifras

Observa la descomposición del número **5.628:**

5.628 = 5 M + 6 C + 2 D + 8 U

5.628 = 5.000 + 600 + 20 + 8

5.628
- 5 millares y 628 unidades
- 56 centenas y 28 unidades
- 562 decenas y 8 unidades

Observa otras descomposiciones del número **5.628.**

1. ¿Cuál es el mayor número de cuatro cifras? ¿Y el menor?

2. Completa el cuadro:

Número	Cifra de las centenas	Número de centenas	Cifra de las decenas	Número de decenas
2.648				
4.786				
5.961				
7.048				

2. Los millares.

1 millar = 1.000
2 millares = 2.000
.....
9 millares = 9.000
10 millares = 10.000 = 1 decena de millar

Decena de millar

Observa cómo se forma la decena de millar o decena de mil (DM) a partir de los millares.

10 millares forman 1 decena de millar
10 millares = 10.000 = 1 decena de millar

1 decena de millar = 10.000
2 decenas de millar = 20.000
.....
9 decenas de millar = 90.000
10 decenas de millar = 100.000 = 1 centena de millar

Centena de millar

Observa cómo se forman las centenas de millar (CM) a partir de las decenas de millar:

10 decenas de millar forman 1 centena de millar.

CM	DM	M	C	D	U
Sexto orden	Quinto orden	Cuarto orden	Tercer orden	Segundo orden	Primer orden

La clase de los millares

- Los **millares** (M) son unidades de cuarto orden.
- Las **decenas de millar** (DM) son unidades de quinto orden.
- Las **centenas de millar** (CM) son unidades de sexto orden.

En el cuadro puedes ver los valores de 1 centena de millar.

1 centena de millar =

	CM	DM	M	C	D	U
1 centena de millar	1					
10 decenas de millar	1	0				
100 millares	1	0	0			
1.000 centenas	1	0	0	0		
10.000 decenas	1	0	0	0	0	
100.000 unidades	1	0	0	0	0	0

1. Contesta a estas preguntas:

- ¿Cuántas unidades son 5 centenas de millar?
- ¿Qué es mayor, 9 millares o 1 decena de millar?
- ¿Cuántos millares tiene 1 centena de millar?
- ¿Cuántas decenas de millar son 10 millares? ¿Y 100 millares?
- ¿Qué es mayor, 8 decenas de millar o 1 centena de millar?
- ¿Cuántas decenas tiene un millar?
- ¿Cuántas centenas tiene un millar?
- ¿Cuántos millares tiene una unidad de sexto orden?
- ¿Cuántas unidades de tercer orden tiene una unidad de cuarto orden?

3. Números de cinco y seis cifras.

DM	M	C	D	U
7	6	5	2	3

Números de cinco cifras

El número de cinco cifras **76.523,** que se lee **setenta y seis mil quinientos veintitrés.** se puede descomponer así:

76.523 = 7 DM + 6 M + 5 C + 2 D + 3 U

76.523 = 70.000 + 6.000 + 500 + 20 + 3

Otras descomposiciones del número 76.523 son las siguientes:

	DM	M	C	D	U
7 decenas de millar y 6.523 unid.	7	6	5	2	3
76 millares y 523 unidades	7	6	5	2	3
765 centenas y 23 unidades	7	6	5	2	3
7.652 decenas y 3 unidades	7	6	5	2	3

CM	DM	M	C	D	U
4	3	7	8	2	6

Números de seis cifras

El número de seis cifras **437.826,** que se lee **cuatrocientos treinta y siete mil ochocientos veintiséis,** se puede descomponer así:

437.826 = 4 CM + 3 DM + 7 M + 8 C + 2 D + 6 U

437.826 = 400.000 + 30.000 + 7.000 + 800 + 20 + 6

1. Completa el cuadro:

		CM	DM	M	C	D	U
7 decenas de mil y 3.248 unidades	70.000 + 3.248		7	3	2	4	8
86 millares y 248 unidades							
724 centenas y 46 unidades							
5 centenas de millar y 48.325 unidades	500.000 + 48.325						
63 decenas de millar y 8.641 unidades							
328 millares y 735 unidades							
5.748 centenas y 43 unidades							

2. Escribe el número mayor y el número menor de cinco cifras.

3. Escribe el número mayor y el número menor de seis cifras.

4. Los millones.

1 centena de millar = 100.000
2 centenas de millar = 200.000
.....
9 centenas de millar = 900.000
10 centenas de millar = 1,000.000 = 1 millón

Millón

Observa cómo se forma el millón a partir de las centenas de millar o centenas de mil.

10 centenas de millar = 1,000.000 = 1 millón

1 millón = 1,000.000
2 millones = 2,000.000
.....
9 millones = 9,000.000
10 millones = 10,000.000 = 1 decena de millón

Decena de millón

Observa cómo se forma la decena de millón a partir de los millones.

10 millones = 10,000.000 = 1 decena de millón

1 decena de millón = 10,000.000
2 decenas de millón = 20,000.000
.....
9 decenas de millón = 90,000.000
10 decenas de millón = 100,000.000 = 1 centena de millón

Centena de millón

Observa cómo se forma la centena de millón a partir de las decenas de millón.

10 decenas de millón = 100,000.000 = 1 centena de millón

La clase de los millones

- Los **millones** son unidades de séptimo orden.
- Las **decenas de millón** son unidades de octavo orden.
- Las **centenas de millón** son unidades de noveno orden.

1. Completa el cuadro:

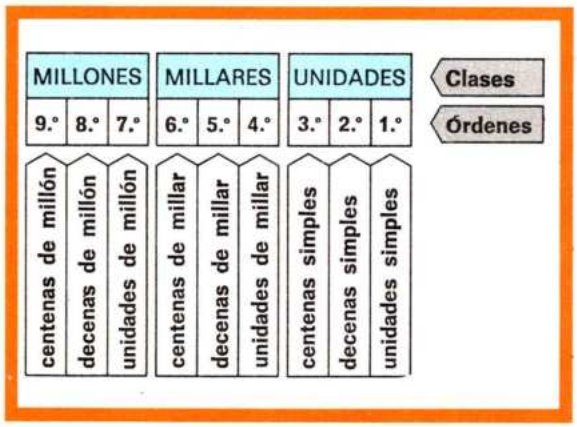
1 millón tiene:

	Unidad de millón	CM	DM	M	C	D	U
1 unidad de millón	1						
... centenas de millar							
... decenas de millar							
... millares							
... centenas							
... decenas							
... unidades							

2. Lee atentamente y contesta:

- ¿Cuántas unidades son 5 decenas de millón? ¿Y 6 decenas de millón?
- ¿Cuántos millones tiene 1 centena de millón? ¿Y 5 centenas de millón?

5. Clases y órdenes. Lectura de números.

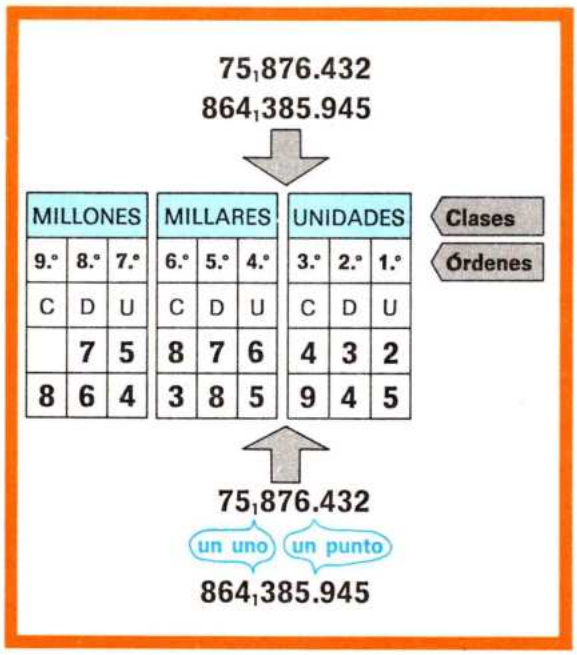


Clases y órdenes

Cada tres órdenes forman una **clase.** Así:
1.°, 2.°, 3.° forman la clase de las unidades.
4.°, 5.°, 6.° forman la clase de los millares.
7.°, 8.°, 9.° forman la clase de los millones.

Observa que cada clase está formada por tres órdenes (unidades, decenas, centenas), pero el hecho de que tengan el mismo nombre no es motivo de confusión.

Tanto las unidades de segundo orden como las de quinto orden son decenas; sin embargo, no se confunden porque las unidades de segundo orden son decenas simples, mientras que las unidades de quinto orden son decenas de millar.



Lectura de números

Vamos a leer los números **75₁876.432** y **864₁385.945.**

Observa cómo se colocan estos números en el cuadro de clases y órdenes.

Para leer un número de seis o más cifras, se divide el número en grupos de tres cifras empezando por la derecha. Después del primer grupo se coloca un punto, después del segundo se coloca un uno pequeño (1) (los millones), después del tercer grupo se coloca un punto, etc.

Finalmente se lee cada grupo separadamente, cuidando de leer la palabra **mil** donde hay un punto y la palabra **millones** donde hay un uno.

Fíjate cómo se leen los dos números que hay en el cuadro.

75876432 → se hacen los grupos de tres cifras → **75₁876.432**

Se lee: **setenta y cinco millones ochocientos setenta y seis mil cuatrocientos treinta y dos.**

864385945 → se hacen los grupos de tres cifras → **864₁385.945**

Se lee: **ochocientos sesenta y cuatro millones trescientos ochenta y cinco mil novecientos cuarenta y cinco.**

Cálculo mental, cálculo rápido

1. ¿Cuántas unidades tiene una decena de millar? ¿Y 3 decenas de millar?
2. ¿Cuántas unidades tiene una centena de millar? ¿Y 4 centenas de millar?
3. ¿Cuántas decenas tienen 3 centenas?
4. ¿De qué orden es la cifra de los millares? ¿Y la de los millones?
5. ¿Cuántas decenas de millar tiene 1 centena de millón?
6. ¿Cuántas centenas de millar tiene 1 millón?

Ejercicios y problemas

1. Completa la tabla:

Números	Cifra de los millones	Número de millones	Cifra de los millares	Número de millares	Cifra de las centenas	Número de centenas
25,728.346						
26,645.327						
54,312.650						
67,843.265						

2. Escribe los siguientes números:
   a) Seis millones novecientos veinticinco mil trescientos veintisiete.
   b) Ocho millones tres mil cinco.
   c) Noventa y siete millones quinientos treinta y ocho mil dos.

3. Escribe cómo se leen los siguientes números:
   a) 24,005.600 b) 30,001.007 c) 59,060.020 d) 15,000.070 e) 748,565.628

4. Escribe un número de cuatro cifras que tenga 486 decenas y 5 unidades.

5. Escribe un número de cuatro cifras que tenga 48 centenas y 65 unidades.

6. Escribe un número de cuatro cifras que tenga 325 decenas y 8 unidades.

7. Un número está comprendido entre 2 millones y 3 millones. ¿Cuántas cifras tiene ese número?

8. ¿Cuál es el mayor número de siete cifras que se puede escribir con todas las cifras diferentes?

9. Escribe todos los números comprendidos entre 26,728.498 y 26,728.006.

10. ¿Cuántos ceros hay que escribir a la derecha del número 26.348 para que el 2 pase a ser la cifra de las decenas de millón?

11. Escribe de 100.000 en 100.000 desde 2,000.000 hasta 3,000.000.

12. Escribe los números correspondientes a las siguientes sumas:
    20,000.000 + 4,000.000 + 500.000 + 60.000 + 8.000 + 300 + 40 + 6
    50,000.000 + 60.000 + 3.000 + 400 + 8

13. ¿Cuál es el mayor número de ocho cifras? ¿Y el menor número de nueve cifras?

1. Descomposición polinómica de números. Otras descomposiciones.

MILLONES			MILLARES			UNIDADES		
C	D	U	C	D	U	C	D	U
		5	2	4	6	3	2	7

Descomposición polinómica

Un número admite varias descomposiciones en suma. La descomposición más usual es aquella que expresa el número como suma de sus diversos órdenes de unidades.

Por ejemplo, el número **5₁246.327** se descompone así:

5₁246.327 = 5 millones + 2 C de millar + 4 D de millar + 6 millares + 3 C + 2 D + 7 U

5₁246.327 = 5₁000.000 + 200.000 + 40.000 + 6.000 + 300 + 20 + 7

5₁246.327 = 5×1₁000.000 + 2×100.000 + 4×10.000 + 6×1.000 + 3×100 + 2×10 + 7

Esta última descomposición se llama **descomposición polinómica** del número **5₁246.327.**

Por otra parte, dada la descomposición polinómica de un número es fácil escribir este número de la forma usual. Sea esta descomposición:

3 × 1₁000.000 + 2 × 100.000 + 4 × 10.000 + 6 × 1.000 + 7 × 100 + 2 × 10 + 8 =

3₁000.000 + 200.000 + 40.000 + 6.000 + 700 + 20 + 8 = **3₁246.728**

El número que corresponde es el **3₁246.728**

Otras descomposiciones

Observa otras descomposiciones del número **5₁246.327:**

5₁246.327 =
- 5 millones y 246.327 unidades.
- 52 centenas de millar y 46.327 unidades.
- 524 decenas de millar y 6.327 unidades.
- 5.246 millares y 327 unidades.
- 52.463 centenas y 27 unidades.
- 524.632 decenas y 7 unidades.

1. Completa la descomposición polinómica de los siguientes números:

2₁347.896 = 2₁000.000 + 300.000 + 40.000 + 7.000 + 800 + 90 + 6

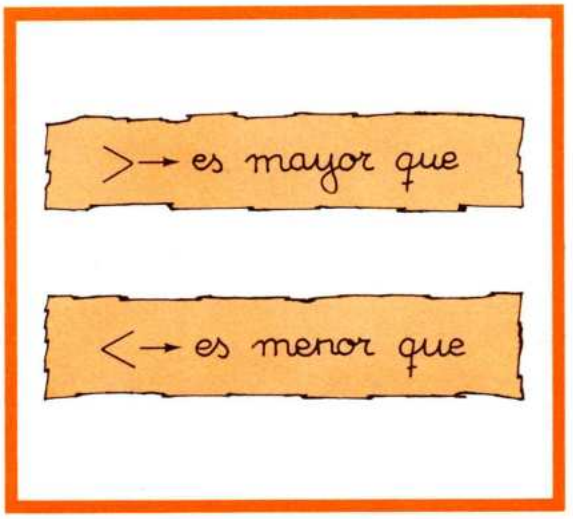
2₁347.896 = 2×1.000.000 + 3×... + 4×... + 7×... + 8×... + 9×... + 6

428.346 = ...

2. Halla el número cuya descomposición polinómica es la siguiente:

3 × 100.000 + 6 × 10.000 + 2 × 1.000 + 4 × 100 + 3 × 10 + 8

2. Comparación de números.



Sean los números **3₁576.846** y **4₁262.123.**
¿Cuál de ellos es mayor?

Para saberlo se comienza comparando las cifras de mayor orden:

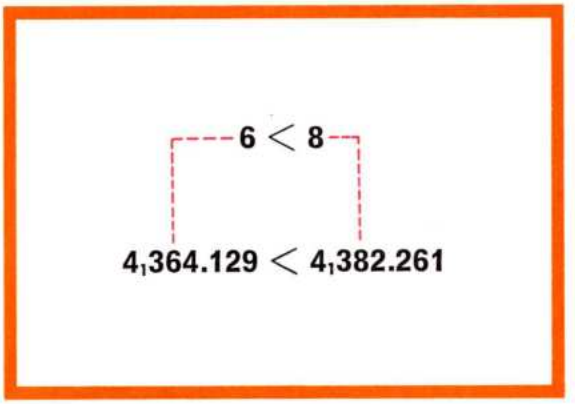
3 millones es menor que 4 millones

Luego 3₁576.846 es menor que 4₁262.123; se escribe:

3₁576.846 < 4₁262.123

También se puede decir que el segundo número es mayor que el primero; se escribe:

4₁262.123 > 3₁576.846



Comparemos ahora estos dos números:

4₁364.129 y **4₁382.261**

Se observa que los dos números tienen:

- igual número de millones: 4;
- igual número de centenas de millar: 3.

Por eso compararemos las decenas de millar:

$6 < 8$

Luego **4₁364.129 < 4₁382.261**.

1. Escribe el signo < (menor que) o > (mayor que) según convenga:

814.625 ☐ 796.999	4₁358.721 ☐ 4₁358.730
572.116 ☐ 572.341	6₁256.421 ☐ 6₁249.987
5₁379.203 ☐ 5₁378.103	72₁575.621 ☐ 72₁577.964

2. Resuelve:

Escribe un número a la derecha de cada signo con el mismo número de cifras que el que hay a la izquierda para conseguir que la relación sea cierta.

43 > ...	5.748 > ...	7₁348.729 > ...
648 < ...	7.396 < ...	6₁012.320 < ...
725 > ...	3.428 > ...	8₁864.396 < ...

3. Escribe el número anterior y siguiente a cada uno de los números:

a) 1₁999.999	b) 3₁000.000	c) 4₁500.000
d) 999.999	e) 1₁000.000	f) 5₁000.000

3. Números romanos. I.

Los antiguos romanos usaban siete letras para representar los números y operar con ellos.

Este sistema no se utiliza hoy día porque el sistema de numeración decimal es más cómodo y sencillo.

Sin embargo, los números romanos se siguen utilizando para enumerar los capítulos de los libros, en algunos relojes, etc.

Las siete letras o signos que los romanos utilizaban como cifras son: **I, V, X, L, C, D, M.**
Cada letra tiene un valor.

Los demás números se escriben combinando las letras anteriores según las siguientes reglas.

Letras o signos	Valor numérico
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1.000

PRIMERA REGLA

Toda letra colocada a la derecha de otra de igual o mayor valor le suma a ésta su valor.

II → 1 + 1 = 2
VI → 5 + 1 = 6
LXI → 50 + 10 + 1 = 61
XX → 10 + 10 = 20
XV → 10 + 5 = 15
XII → 10 + 1 + 1 = 12

SEGUNDA REGLA

Toda letra colocada a la izquierda de otra de mayor valor le resta a ésta su valor.

XC → 100 − 10 = 90
XL → 50 − 10 = 40
CM → 1.000 − 100 = 900
IX → 10 − 1 = 9

1. Completa aplicando la primera regla:

MM → ... + ... = ...
CC → ... + ... = ...
CX → ... + ... = ...
CV → ... + ... = ...
CL → ... + ... = ...
MC → ... + ... = ...
MD → ... + ... = ...
LX → ... + ... = ...

2. Completa aplicando la segunda regla:

IV → ... − ... = ...
IX → − ... = ...
XL → ... − ... = ...
CD → ... − ... = ...
XC → ... − ... = ...
CM → ... − ... = ...

4. Números romanos. II.

TERCERA REGLA

Las letras V, L y D no se pueden repetir nunca dos veces seguidas.

~~VV~~ → X ~~LL~~ → C ~~DD~~ → M

CUARTA REGLA

Las letras I, X, C y M se pueden repetir, pero no más de tres veces seguidas.

Dos veces, Sí	Tres veces, Sí	Más de tres veces, NO
II → 1+1=2	III → 1+1+1=3	IIII → NO
XX → 10+10=20	XXX → 10+10+10=30	XXXX → NO
CC → 100+100=200	CCC → 100+100+100=300	CCCC → NO
MM → 1.000+1.000=2.000	MMM → 1.000+1.000+1.000=3.000	MMMM → NO

QUINTA REGLA

Para escribir números superiores al tres mil (MMM=3.000) se utiliza una raya horizontal.

Una rayita (—) colocada sobre cualquier letra o grupo de letras multiplica su valor por mil.

Por ejemplo:

IV → 4 XIII → 13

$\overline{IV}$ → 4.000 $\overline{XIII}$ → 13.000

1. Escribe en el sistema de numeración decimal:

CLXXIII → ... CDLXV → ... CCCXXI → ...

CCXC → ... DCCLXXVIII → ... DCCXLIX → ...

CD → ... MCLXII → ... MCMLXXV → ...

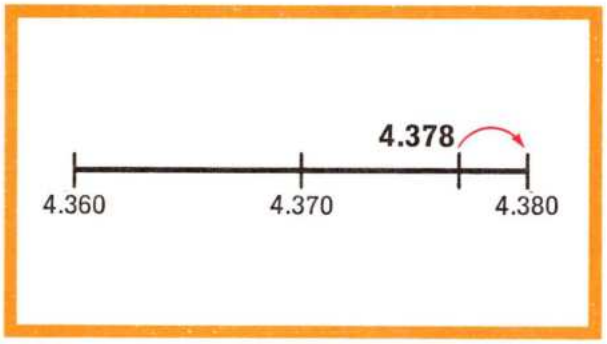
2. Traza flechas que unan cada número romano con su correspondiente en cifras arábigas:

CDLXVI	78	MMDCCXXV	749
LXXVIII	466	CCCXXI	2.725
XCVII	97	DCCXLIX	321
$\overline{VII}$XLVIII	3.250	MCDXXII	1.422
MMMCCL	7.048	MCCCXVI	1.316

3. En el año MCDXCII hubo un gran acontecimiento relacionado con América.

¿De qué acontecimiento se trata?

5. Aproximación de un número por la decena, centena y millar más próximos.



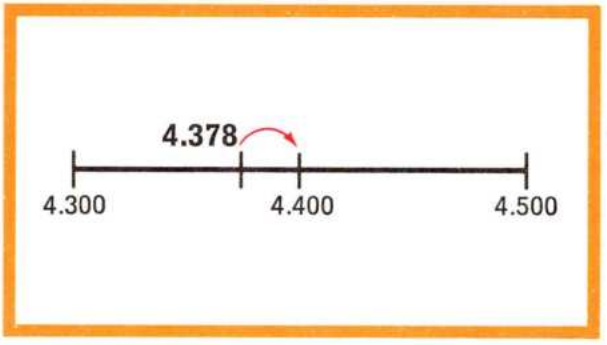
¿Cuál es la decena más próxima?

Considera el número 4.378.

Observa la recta numérica.

El número 4.378 está comprendido entre 4.370 y 4.380, pero está más próximo a 4.380.

La decena más próxima a 4.378 es 4.380.



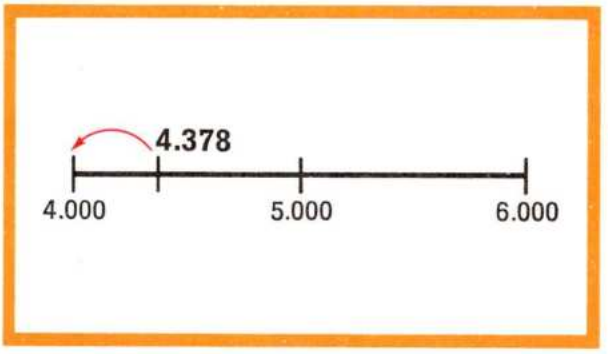
¿Cuál es la centena más próxima?

¿Cuál es la centena más próxima a 4.378?

Observa la recta numérica.

El número 4.378 está comprendido entre las centenas 4.300 y 4.400, pero está más próximo a 4.400.

La centena más próxima a 4.378 es 4.400.



¿Cuál es el millar más próximo?

¿Cuál es el millar más próximo a 4.378?

Observa la recta numérica.

El número 4.378 está comprendido entre los millares 4.000 y 5.000, pero está más próximo a 4.000.

El millar más próximo a 4.378 es 4.000.

1. ¿Cuál es la decena más próxima a 1.422?

1.410 1.420 1.430

2. ¿Cuál es la decena más próxima a 6.472?

6.460 6.470 6.480 6.490

3. ¿Cuál es la centena más próxima a 5.962?

5.800 5.900 6.000

4. ¿Cuál es el millar más próximo a 4.864?

3.000 4.000 5.000 6.000

5. Halla:

- Las decenas más próximas a los números 2.483 y 3.847.
- Las centenas más próximas a los números 2.378 y 5.732.
- Los millares más próximos a los números 5.872 y 8.234.

6. Lee y completa:

- La decena de millar más próxima al número 23.740 es 20.000.
- La decena de millar más próxima al número 58.200 es ...
- La decena de millar más próxima al número 73.600 es ...

Cálculo mental, cálculo rápido

1. ¿Cuál es la decena más próxima a 272?
2. ¿Cuál es la decena más próxima a 347?
3. ¿Cuál es la centena más próxima a 287?
4. ¿Cuál es la centena más próxima a 120?
5. ¿Cuál es el millar más próximo a 3.700?
6. ¿Cuál es el millar más próximo a 2.800?
7. ¿Cuál es el millar más próximo a 7.200?
8. ¿Cuál es el millar más próximo a 9.700?

Ejercicios y problemas

1. Cuenta una centena, por ejemplo, entre 125.000 y 125.100. Uno de tus compañeros debe medir el tiempo que tardes.

   ¿Cuánto tiempo tardarías en contar un millar, por ejemplo, entre 125.000 y 126.000?

2. Completa las descomposiciones polinómicas siguientes:

   $8.745 = 8\times \ldots + 7\times \ldots + 4\times \ldots + 5$

   $9.782 = 9\times \ldots + 7\times \ldots + 8\times \ldots + 2$

3. Haz la descomposición polinómica de los siguientes números:

   83.426 56.982 78.596 345.879

4. Halla las centenas más próximas a 2.378 y a 5.732.

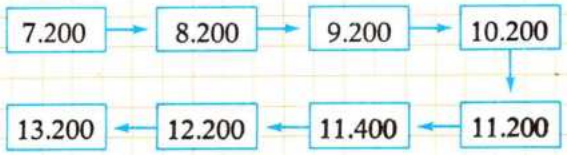
5. El millar más próximo a 5.872 es 6.000.

   ¿Cuál es el millar más próximo al número 8.234?

6. Halla las decenas más próximas a los números 2.463 y 3.847.

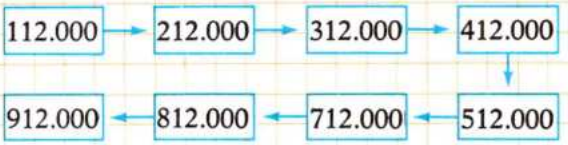
7. En la siguiente serie de números hay un número que no debería estar en ella.

   Señala cuál es este número.



8. En la siguiente serie de números falta uno.

   ¿Cuál es?



9. Escribe la aproximación de los siguientes números por la decena de millar más próxima.

   74.100 87.300 116.325 49.700

10. Si cambias el 7 por un 5 en el número 7.408, ¿cuánto menor será el nuevo número?

11. ¿Cuál de las cifras del número 3.748 tienes que cambiar si quieres conseguir que el nuevo número sea 1.000 unidades mayor?

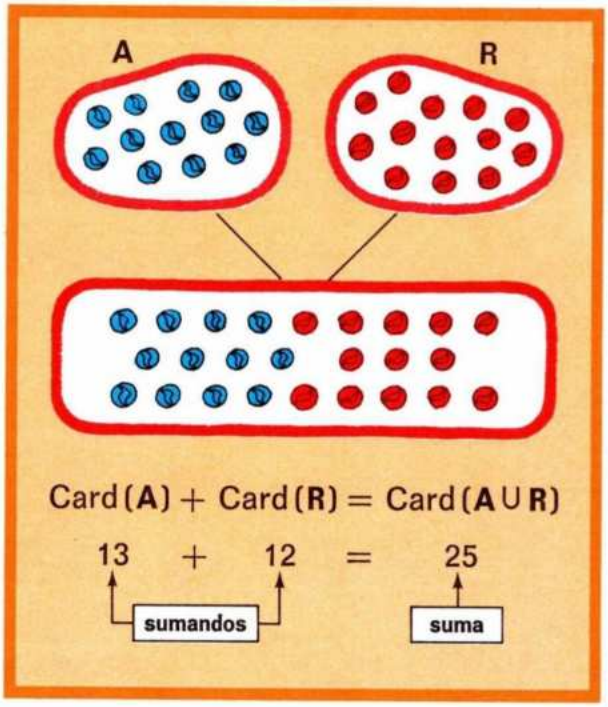
12. Escribe todos los números que tengan un número exacto de decenas y que estén comprendidos entre 7.424 y 7.510.

13. Escribe todos los números que tengan un número exacto de centenas y que estén comprendidos entre 7.427 y 8.112.

14. Escribe todos los números que tengan un número exacto de millares y que estén comprendidos entre 7.424 y 18.326.

15. ¿Cuál es el máximo número de ceros que puede tener un número de cuatro cifras? ¿Y un número de cinco cifras?

1. Adición de números naturales.



La adición y sus términos

Antonio tiene 12 canicas azules y 13 rojas.

¿Cuántas canicas tiene en total?

Observa los conjuntos disjuntos **A** y **R**.

A = {**canicas azules**} ; Card (A) = 13

R = {**canicas rojas**} ; Card (R) = 12

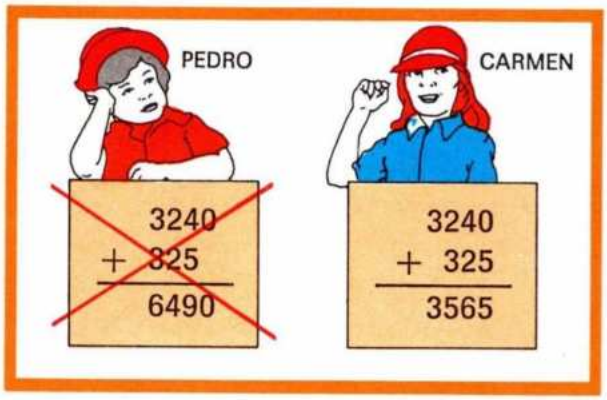
El cardinal del conjunto unión **A** ∪ **R** es 25 y se llama **suma** de los números 13 y 12.

Se escribe: 13 + 12 = 25.

Los términos de la adición se llaman **sumandos** (13 y 12).

El resultado se llama **suma** o total (25).

El signo de la adición es una cruz (+), que se lee **más.**



Colocación de los sumandos

El profesor pide a Pedro y a Carmen que sumen estos dos números: 3.240 y 325.

Observa cómo lo hizo Carmen.

Pedro lo hizo mal porque no colocó bien los sumandos.

En realidad, Pedro sumó los números 3.240 y 3.250.

Para sumar números naturales hay que colocar en columnas las unidades del mismo orden: las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, etc.

1. Lee atentamente y resuelve:

Ana tenía que hacer la suma 2.346 + 428. Se confundió en la colocación de los sumandos y sumó así:

$$\begin{array}{r} 2346 \\ +\ 428 \\ \hline 6626 \end{array}$$

¿Qué números sumó Ana en realidad?

Haz bien la suma que debía hacer Ana.

2. Coloca para sumar y suma las cantidades siguientes:

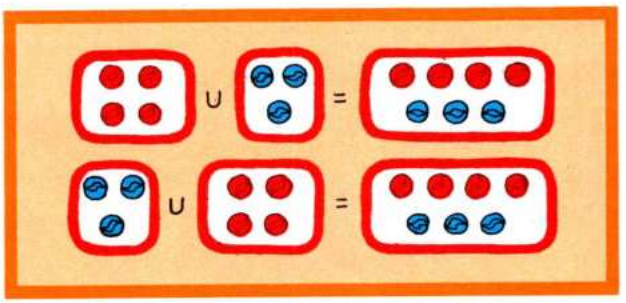
a) 76.943 + 8.753 + 765.982 + 198

b) 35.658 + 2.408 + 826.264 + 327

3. Responde:

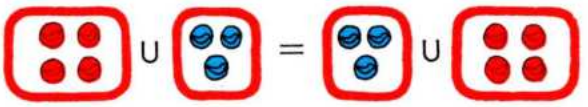
¿Por dónde deben estar alineados los sumandos, por la derecha o por la izquierda?

2. Propiedades de la adición.



Propiedad conmutativa

Carmen tiene 4 canicas rojas y 3 azules.



4 + 3 = 3 + 4

Carmen tiene 7 canicas.

Al cambiar el orden de los sumandos se obtiene la misma suma.

Propiedad asociativa

Luis tiene:

- 5 canicas de barro rojas,
- 4 canicas de barro azules,
- 3 canicas de cristal azules.

PRIMERA FORMA

Canicas de barro → 5 + 4
Canicas de cristal → 3

Total de canicas: (5+4) + 3

SEGUNDA FORMA

Canicas rojas → 5
Canicas azules → 4 + 3

Total de canicas: 5 + (4+3)

Observa dos formas de calcular el número de canicas de Luis.

El total de canicas es el mismo: 12.

$$(5+4) + 3 = 5 + (4+3)$$

Ésta es la **propiedad asociativa de la adición.**

Recuerda que el paréntesis indica que en primer lugar hay que hacer la operación encerrada en él.

La propiedad asociativa permite sustituir dos sumandos por una suma. Al cambiar la asociación de los sumandos en una suma de tres sumandos, se obtiene la misma suma.

1. Observa las siguientes igualdades:

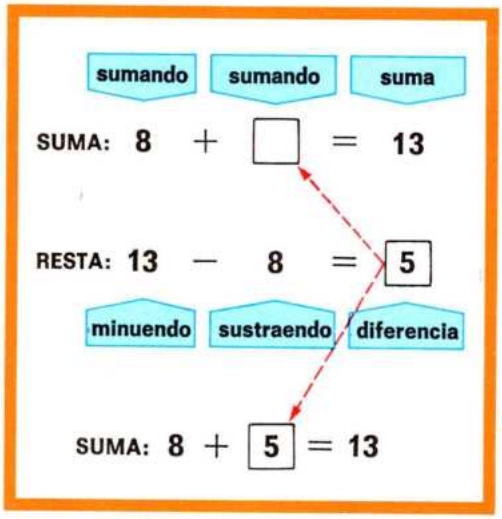
$(3+5) + 6 = 3 + (5+6)$ $\quad (5+6) + 3 = 3 + (5+6)$ $\quad (5+6) + 3 = 5 + (6+3)$

¿Qué propiedad se ha aplicado en cada igualdad?

2. Lee y contesta:

- Escribe, como en el caso anterior, la suma $(4+6) + 5$ de todas las formas posibles. Aplica la propiedad asociativa y conmutativa.
- ¿Qué propiedad de la suma indica esta expresión: $\mathbf{a + b = b + a}$?
- ¿Qué propiedad de la suma indica esta expresión: $\mathbf{(a+b) + c = a + (b+c)}$?

3. Sustracción de números naturales. Relación entre los términos.



La sustracción y sus términos

Observa la siguiente adición: **8 + □ = 13.**

En ella se conocen la suma y uno de los sumandos.

La operación de encontrar el sumando desconocido se llama **sustracción.** Se escribe:

$$13 - 8 = 5$$

El número 5 se llama **diferencia;** el 13 es el **minuendo** y el 8 es el **sustraendo.**

Observa que la diferencia (5) es el número que hay que sumar al sustraendo (8) para obtener el minuendo (13).

EQUIVALENCIAS

s + d = m

m − s = d

m − d = s

Relación entre los términos

Los números **13**, **8** y **5** están relacionados por una suma y dos restas.

$8 + 5 = 13 \leftrightarrow 13 - 8 = 5 \leftrightarrow 13 - 5 = 8$

Estas tres igualdades son las **equivalencias fundamentales** de la sustracción.

En general, si **m** → minuendo, **s** → sustraendo y **d** → diferencia, se tiene:

$\mathbf{s + d = m} \leftrightarrow \mathbf{m - s = d} \leftrightarrow \mathbf{m - d = s}$

Dada una suma de dos sumandos y uno de ellos, la operación de encontrar el sumando desconocido se llama sustracción.

Si una sustracción está bien hecha, la suma del sustraendo y la diferencia es el minuendo.

1. Halla el sumando que falta en cada suma:

$347 + 796 + 124 + \ldots = 1.815$ $\qquad$ $64 + 48 + 32 + \ldots = 159$

2. Lee y resuelve:

Al hacer la resta 3.748 − 271 Pedro se confunde y la hace así:

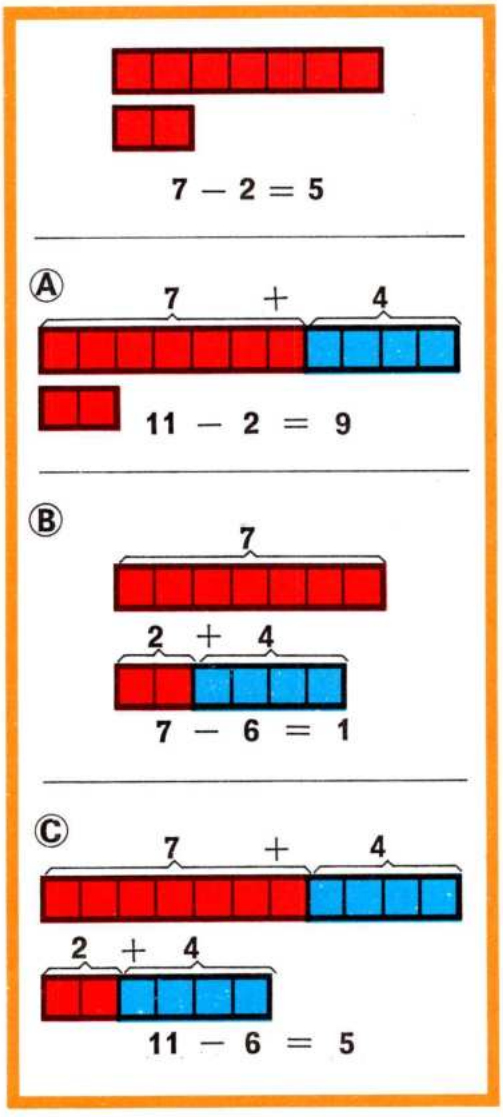
$$\begin{array}{r} 3748 \\ -\ 271 \\ \hline 1038 \end{array}$$

¿Qué números ha restado Pedro? Haz bien la resta propuesta.

3. Contesta:

- ¿Qué vale **d** en $9 - 4 = \mathbf{d}$?
- ¿Se puede hacer la resta $4 - 9$?
- ¿Qué ha de ocurrir para que se pueda hacer una resta?

4. Alteraciones de la diferencia. Propiedad fundamental.



Vamos a ver las alteraciones que sufre la diferencia al aumentar el minuendo o el sustraendo.

Sea la resta **7 − 2 = 5.**

EJEMPLO A: **Se suman 4 unidades al minuendo:**

m	s	d
7	− 2	= 5
(7+4)	− 2	= 9
11	− 2	= 9

Si el minuendo aumenta en 4 unidades, la diferencia aumenta también en 4 unidades.

EJEMPLO B: **Se suman 4 unidades al sustraendo:**

m	s	d
7	− 2	= 5
7	− (2+4)	= 1
7	− 6	= 1

Si el sustraendo aumenta en 4 unidades, la diferencia disminuye en 4 unidades.

EJEMPLO C: **Se suman 4 unidades al minuendo y al sustraendo.**

m	s	d
7	− 2	= 5
(7+4)	− (2+4)	= 5
11	− 6	= 5

La diferencia no varía.

Propiedad fundamental de la resta: Si se suma o se resta el mismo número al minuendo y al sustraendo, la diferencia no varía.

1. Observa estas diferencias: 12 − 5 = 7, 18 − 6 = 12 y completa:

12 − (5−1) = ... 18 − (6−1) = ...
12 − (5−2) = ... 18 − (6−2) = ...
12 − (5−3) = ... 18 − (6−3) = ...

¿Cómo varía la diferencia cuando se resta un número al sustraendo?

2. Calcula ahora:

(12−1) − 5 = ... (18−1) − 6 = ...
(12−2) − 5 = ... (18−2) − 6 = ...

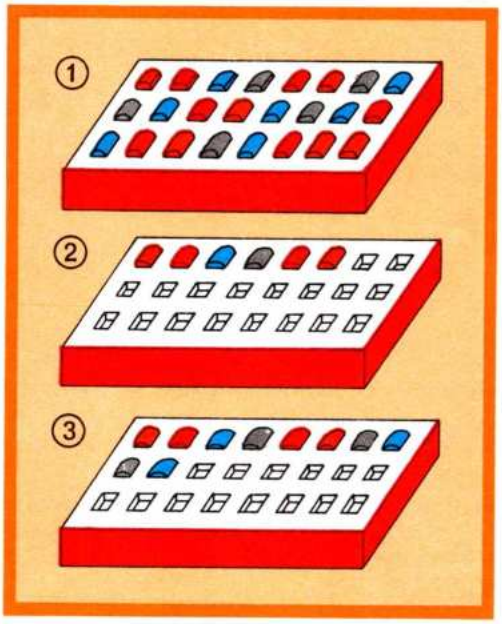
¿Cómo varía la diferencia cuando se resta un número al minuendo?

3. Completa las siguientes restas:

43 → (40+3) $\xrightarrow{+10}$ (40+13)
− 17 → (10+7) $\xrightarrow{+10}$ − (20+7)

84 → (80+4) $\xrightarrow{+10}$ (80+14)
− 36 → (30+6) $\xrightarrow{+10}$ − (40+6)

5. Sumas y restas combinadas. Empleo del paréntesis.



En una caja hay 24 bombones. Se sacan 18 y después se ponen en la caja 4 bombones.

¿Cuántos bombones quedan al final en la caja?

Observa que cada una de las acciones que hemos realizado se corresponde con una operación.

Primero: Se sacan 18 bombones:

$$24 - 18$$

Segundo: Se ponen en la caja 4 bombones:

$$(24 - 18) + 4$$

$$6 + 4 = 10$$

Quedan 10 bombones.

Observa que el paréntesis nos indica el orden en que se deben realizar las operaciones.

Si el paréntesis cambia de lugar, $24 - (18+4)$, el resultado que se obtiene es erróneo.

$$24 - (18+4) = 24 - 22 = 2$$

También en el caso de dos restas se obtiene distinto resultado al cambiar de lugar los paréntesis.

Así, $(17-7) - 4 \neq 17 - (7-4)$.

Esto ocurre porque la sustracción no tiene la propiedad asociativa.

Los paréntesis indican el orden en que se deben realizar las operaciones. Cuando hay solamente sumas se puede prescindir de los paréntesis.

1. Completa realizando en primer lugar las operaciones escritas dentro de los paréntesis:

a) $13 - (6-2) = 13 - 4 = \ldots$

b) $16 - (8-5) = \ldots - \ldots = \ldots$

c) $48 - (16-9) = \ldots$

d) $(48-16) - 9 = \ldots$

e) $348 - (190-50) = \ldots$

2. Calcula:

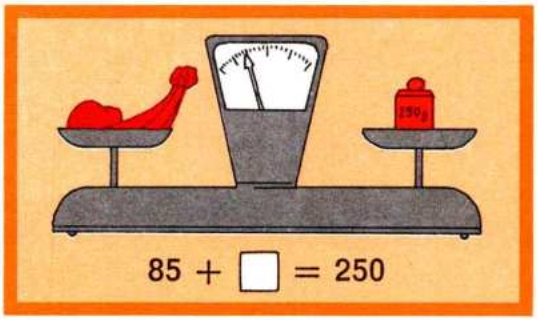
a) $18 - (2+7)$ b) $(18-2) + 7$

Observa que es importante saber el lugar del paréntesis.

3. Coloca un paréntesis en el lugar adecuado para que sea cierta la igualdad:

$$10 - 5 + 1 = 4$$

6. Problemas que resuelve la sustracción.

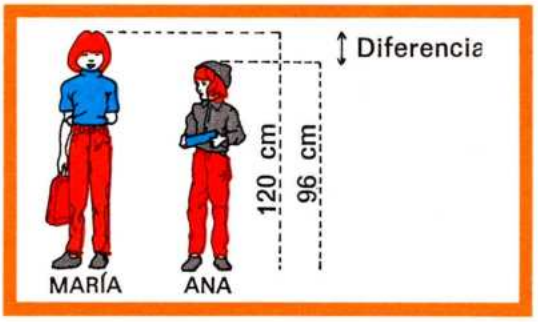


PROBLEMA A

La resta permite calcular el sumando desconocido de una suma.

¿Cuánto pesa el plátano si la mandarina pesa 85 gramos?

Se hace la resta 250 − 85 = 165 g.

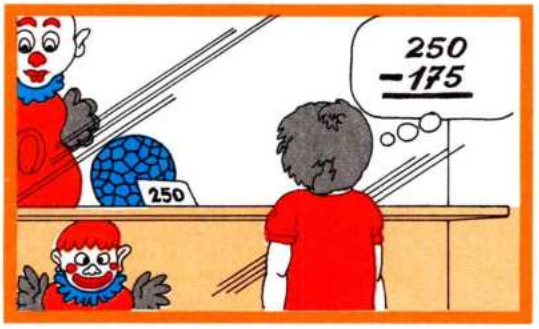


PROBLEMA B

La resta permite comparar cantidades y hallar diferencias.

¿Cuál es la diferencia de estaturas entre María y Ana?

La diferencia es 120 − 96 = 24 centímetros.

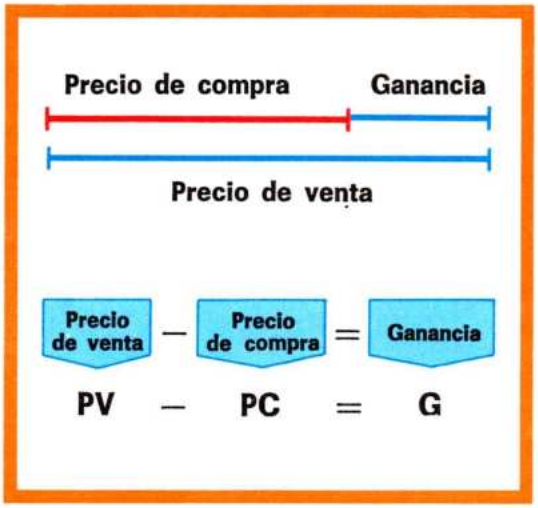


PROBLEMA C

La resta permite calcular lo que falta o lo que sobra.

Luis tiene 175 ptas. y desea comprar un balón. ¿Cuánto le falta?

Le faltan 250 ptas. − 175 ptas. = 75 ptas.



PROBLEMA D

La resta permite calcular los beneficios o ganancias.

Cuando un comerciante vende una mercancía, el cliente le da una cantidad de dinero llamada **precio de venta** de la mercancía.

Si el comerciante vende la mercancía más cara que le ha costado, le queda un beneficio o ganancia.

Observa que:

precio de venta − precio de compra = ganancia

Ejemplo:

Un comerciante compra una lámpara por 2.740 ptas. y la vende por 3.970 ptas.

¿Cuál es la ganancia?

Ganancia = PV − PC = 3.970 − 2.740 = 1.230 ptas.

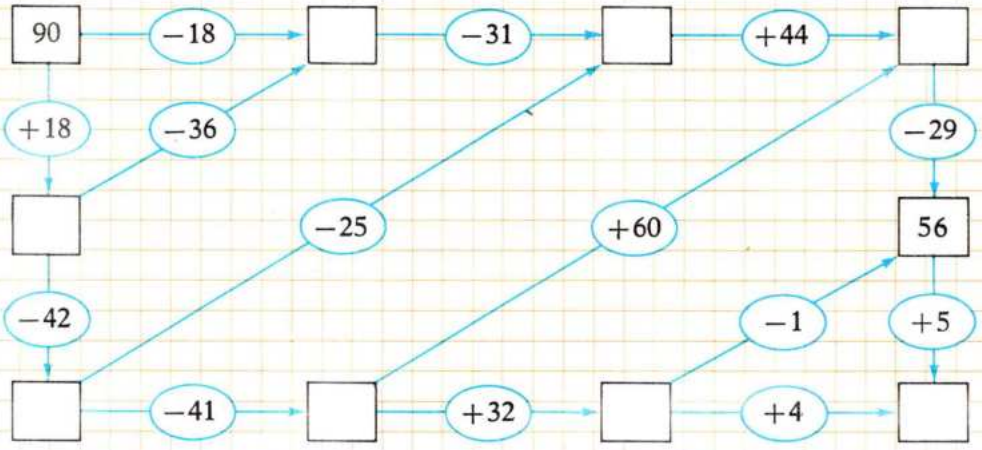
Cálculo mental, cálculo rápido

① 200 + 300	② 300 + 400	③ 500 + 600	④ 600 + 600	⑤ 700 + 700	⑥ 600 + 700
⑦ 800 + 200	⑧ 800 + 300	⑨ 800 + 600	⑩ 900 + 400	⑪ 900 + 600	⑫ 900 + 800

① 1.500 + 500	② 1.500 + 1.500	③ 3.000 + 2.500	④ 4.000 + 3.500	⑤ 5.500 + 1.500
⑥ 1.550 + 2.500	⑦ 1.500 + 3.500	⑧ 4.500 + 1.500	⑨ 6.500 + 2.500	⑩ 4.500 + 5.500

Ejercicios y problemas

1. Escribe los números que faltan en los recuadros. Sigue el sentido de las flechas.



2. Completa las frases. Haz antes las operaciones:

a) Si a un número se le suma 17 y después se le resta 17, resulta ...

b) Si a un número se le suma 17 y después se le resta 7, es como si al primer número se le hubieran sumado ...

c) Si a un número se le suma 246 y después se le resta 128, el número queda aumentado en ...

3. Halla el valor de la letra **a** en cada caso:

a + 348 = 2.356 a − 265 = 396

a = 3.264 − 2.328 5.600 − a = 2.300

4. Si el minuendo aumenta en 18 y el sustraendo no sufre variación, ¿cómo varía la diferencia?

5. Si el sustraendo aumenta en 18 y el minuendo no varía, ¿cómo varía la diferencia?

6. Si el minuendo y el sustraendo aumentan en 18, ¿cómo varía la diferencia?

7. Escribe dos sustracciones por cada una de las siguientes adiciones:

a) 4.328 + 234 = 4.562 b) 5.723 + 457 = 6.180

8. Escribe una sustracción y una adición por cada una de las siguientes sustracciones:

a) 348 − 129 = 219 b) 9.747 − 648 = 9.099

9. Halla el valor de la letra **x** en cada caso:

a) x + 12 = 72 c) x − 146 = 825 e) 786 − x = 430

b) x + 578 = 975 d) 579 − x = 150

10. La suma de tres números es 9.542. El primero es 2.346 y el segundo es 650 unidades mayor que el primero.

¿Cuál es el tercer número?

11. En la temporada de «Rebajas» algunos comercios ponen sus artículos con dos precios: el precio nuevo y el precio antiguo, que está tachado.

Completa en tu cuaderno el siguiente cuadro:

	En la muñeca	En el balón	En la bicicleta	En las botas
Rebajas				

¿Cuál era el valor de los cuatro objetos antes de la rebaja?

¿Cuál es el valor de los cuatro objetos con el precio nuevo?

¿Cuál es el valor total de las rebajas de los cuatro objetos?

12. En una tienda se han ingresado y se han pagado las siguientes cantidades en pesetas en una semana:

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado
Ingresos	38.742	27.470	14.896	17.386	52.800	75.320
Pagos	3.485	10.346	1.245	1.025	5.704	7.800

¿Cuánto ingresó en una semana? ¿Cuánto pagó en una semana? ¿Cuál es la diferencia?

13. En un autobús van 40 personas. En una parada bajan 16 personas y suben 18. En la siguiente parada bajan 28 y suben 13.

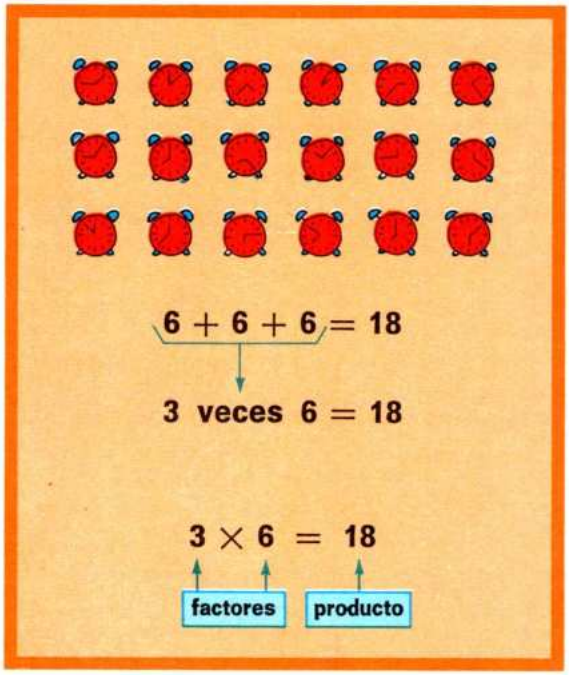
¿Cuántas personas continúan en el autobús?

14. En una finca hay 1.468 naranjos y 2.324 limoneros. En una helada se secan 139 naranjos y 246 limoneros.

¿Cuántos naranjos quedan? ¿Cuántos limoneros quedan?

¿Cuántos frutales tenía la finca antes de la helada? ¿Y después?

1. La multiplicación. Términos y signo.



La multiplicación

Observa este conjunto de relojes.

Están dispuestos en 3 filas con 6 relojes en cada fila.

El número total de relojes se puede obtener mediante la siguiente suma de sumandos iguales:

$$6 + 6 + 6 = 18$$

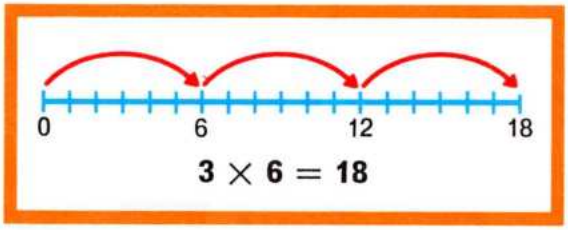
ya que hay 6 relojes en cada fila.

Se escribe: $6 + 6 + 6 = 3$ veces $6 = 3 \times 6 = 18$.

El número 18 se llama **producto.**

Los números 6 y 3 se llaman **factores.**

La cruz ($\times$) es el **signo** de la multiplicación.



Observa cómo se representa la multiplicación $3 \times 6 = 18$ en la recta numérica.

Una multiplicación es una suma de sumandos iguales.
Los términos de la multiplicación son los factores y el producto.
El signo es una cruz ($\times$), que se lee «multiplicado por».

1. Resuelve estos problemas:

- Hay 6 tenedores. Cada tenedor tiene 4 dientes.

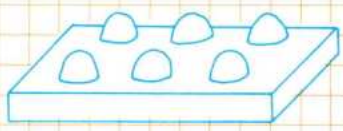
En total hay $6 \times \ldots = \ldots$ dientes.

Indica los factores y el producto.

- Hay 5 cajas. Cada caja tiene 6 lápices.

En total hay $\ldots \times \ldots = \ldots$ lápices.

- En una caja como la de la figura hay 6 huevos.

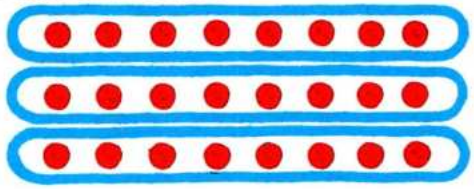


Completa:

En 2 cajas hay $2 \times 6 = \ldots$ huevos.
En 3 cajas hay $\ldots \times \ldots = \ldots$ huevos.
En 4 cajas hay $\ldots \times \ldots = \ldots$ huevos.
En 6 cajas hay $\ldots \times \ldots = \ldots$ huevos.
En 7 cajas hay $\ldots \times \ldots = \ldots$ huevos.
En 8 cajas hay $\ldots \times \ldots = \ldots$ huevos.

2. Propiedad conmutativa y propiedad asociativa.

PRIMERA FORMA



3 subconjuntos de 8 **(3 × 8 = 24)**

SEGUNDA FORMA

8 subconjuntos de 3 **(8 × 3 = 24)**

Propiedad conmutativa

Fíjate en las dos formas siguientes de considerar un conjunto de 24 botones.

Los factores son, en las dos formas, 3 y 8, y el **producto,** 24.

Se observa que

$$3 \times 8 = 8 \times 3$$

Ésta es la **propiedad conmutativa del producto.**

Si se cambia el orden de los factores el producto no varía.

Propiedad asociativa

Tres niños compran cada uno 4 sobres.
Cada sobre contiene 6 cromos.

¿Cuántos cromos compraron entre los tres?

PRIMERA FORMA

Cada niño compró $4 \times 6 = 24$ cromos.

Los tres niños compraron $3 \times 24 = 72$ cromos, es decir: **$3 \times (4 \times 6) = 72$.**

SEGUNDA FORMA

Los tres niños compraron $3 \times 4 = 12$ sobres.

Los 12 sobres contienen $12 \times 6 = 72$ cromos, es decir: **$(3 \times 4) \times 6 = 72$.**

Por tanto, **$3 \times (4 \times 6) = (3 \times 4) \times 6$.**

Ésta es la **propiedad asociativa del producto.**

La multiplicación tiene las propiedades conmutativa y asociativa.

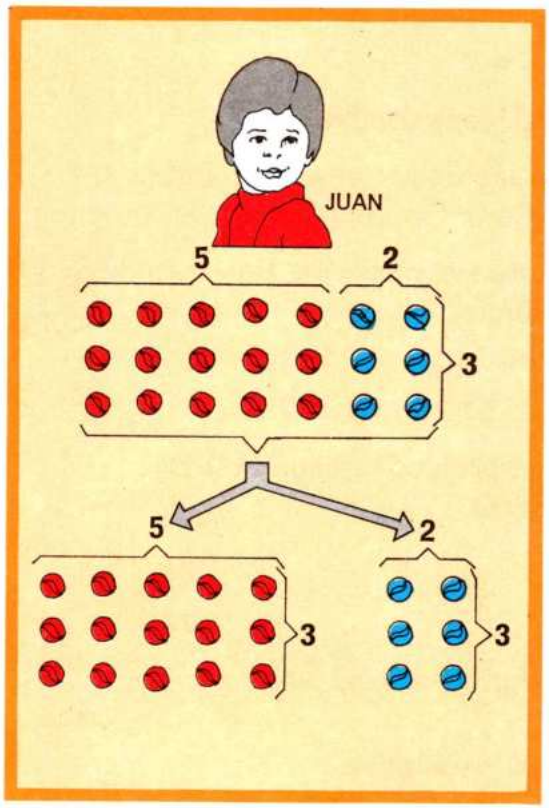
Según la propiedad asociativa en un producto de tres factores, al cambiar la asociación de los factores se obtiene el mismo producto.

1. Completa:

$5 \times \ldots = 6 \times 5$ $\quad$ $7 \times \ldots = 5 \times \ldots$ $\quad$ $a \times b = b \times \ldots$

$(3 \times \ldots) \times 4 = 3 \times (7 \times \ldots)$ $\quad$ $a \times (b \times \ldots) = (\ldots \times b) \times c$

3. Propiedad distributiva.



Propiedad distributiva

La propiedad distributiva relaciona la adición y la multiplicación.

Observa que las canicas que tiene Juan unas son rojas y otras azules.

Total de canicas → $(5+2) \times 3 = 7 \times 3 = 21$.

Canicas rojas → $5 \times 3 = 15$.

Canicas azules → $2 \times 3 = 6$.

Total de canicas → $5 \times 3 + 2 \times 3 = 15 + 6 = 21$.

Luego $\boxed{(5+2) \times 3 = 5 \times 3 + 2 \times 3.}$

En general, si **a, b** y **c** son números naturales se tiene:

$$\boxed{(a+b) \times c = (a \times c) + (b \times c)}$$

Ésta es la **propiedad distributiva de la multiplicación** respecto de la adición.

Para multiplicar una suma por un número se puede multiplicar cada sumando por el número y sumar los productos obtenidos.

1. Completa:

$(5+4) \times 3 = \ldots \times 3 + \ldots \times 3$ $\qquad$ $(7+10) \times 8 = \ldots \times 8 + \ldots \times \ldots$

$(6+3) \times 2 = \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$ $\qquad$ $(8+2) \times 6 = \ldots \times \ldots + \ldots$

2. Calcula de dos formas $(8+2) \times 7$:

Primera forma: $(8+2) \times 7 = 10 \times 7 = \ldots$ $\qquad$ **Segunda forma:** $(8+2) \times 7 = 8 \times 7 + \ldots \times \ldots = \ldots$

3. Completa:

$(a+b) \times c = a \times \ldots + b \times \ldots$ $\qquad$ $(6+8) \times 2 = \ldots \times \ldots + \ldots \times \ldots$

4. Lee atentamente:

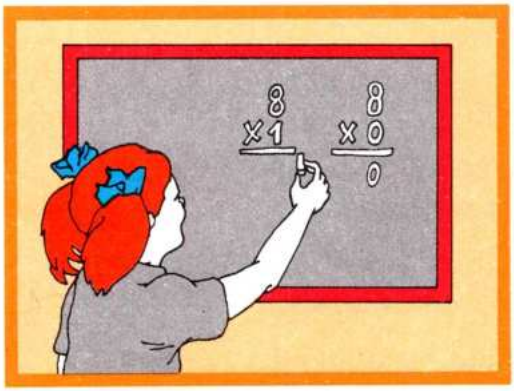
La propiedad distributiva del producto respecto de la resta también es cierta.

Completa:

$(8-2) \times 5 = 8 \times 5 - 2 \times 5 = 40 - 10 = 30$

$(12-3) \times 5 = \ldots \times \ldots - \ldots \times \ldots = \ldots - \ldots = \ldots$

4. Práctica de la multiplicación. Casos generales. I.



PRIMER CASO

Multiplicación de números dígitos.

Para multiplicar números de una sola cifra basta conocer la tabla de multiplicar.

El producto de un número por 1 es el mismo número: $8 \times 1 = 8$.

El producto de un número por cero da siempre cero: $8 \times 0 = 0$.

$5 \times 10 = 50$

$5 \times 100 = 500$

$5 \times 1.000 = 5.000$

$5 \times 10.000 = 50.000$

SEGUNDO CASO

Multiplicación de un número por la unidad seguida de ceros.

Observa estas multiplicaciones.

Para multiplicar un número natural por la unidad seguida de ceros se agregan a la derecha de ese número tantos ceros como lleve la unidad.

TERCER CASO

Multiplicación por decenas, centenas y millares.

Observa los productos 4×30, 4×300, 4×3.000.

$4 \times 30 =$	$4 \times 300 =$	$4 \times 3.000 =$
$4 \times (3 \times 10)$	$4 \times (3 \times 100)$	$4 \times (3 \times 1.000)$
$(4 \times 3) \times 10$	$(4 \times 3) \times 100$	$(4 \times 3) \times 1.000$
12×10	12×100	12×1.000
120	**1.200**	**12.000**
Para multiplicar un número por 20, 30, 40, etc., se multiplica el número por 2, 3, 4, etc., y se agrega un cero.	Para multiplicar un número por 200, 300, 400, etc., se multiplica el número por 2, 3, 4, etc., y se agregan dos ceros.	Para multiplicar un número por 2.000, 3.000, 4.000, etc., se multiplica el número por 2, 3, 4, etc., y se agregan tres ceros.

1. Resuelve estos problemas:

- Una naranja vale 5 ptas. ¿Cuánto valen 60 naranjas?
- Un cuaderno vale 25 ptas. ¿Cuánto valen 100 cuadernos?
- Un cordero vale 3.000 ptas. ¿Cuánto valen 8 corderos?

5. Práctica de la multiplicación. Casos generales. II.

Descomposición del número 126

$126 \times 4 = (100+20+6) \times 4$

Propiedad distributiva

$100 \times 4 + 20 \times 4 + 6 \times 4$

$400 + 80 + 24$

504

CUARTO CASO

Multiplicación de un número de varias cifras por otro de una.

Cuando multiplicamos, aplicamos la propiedad distributiva.

Observa cómo se multiplica 126×4.

En la práctica, se procede así:

PRIMER PASO

C	D	U
	②	
1	2	6
	×	4
		4

Se multiplica $4 \times 6 = 24$.
Se escribe 4 y el 2 se anota en la columna de las decenas.

SEGUNDO PASO

C	D	U
①	②	
1	2	6
	×	4
	0	4

Se multiplica $4 \times 2 = 8$.
8 y 2 son 10.
Se escribe 0 y el 1 se anota en la columna de las centenas.

TERCER PASO

C	D	U
①	②	
1	2	6
	×	4
5	0	4

Se multiplica $4 \times 1 = 4$.
4 y 1 son 5.

$$\begin{array}{r} 217 \\ \times\ 125 \\ \hline \end{array}$$

217 g × 5 = 1.085 g → **1085**
217 g × 20 = 4.340 g → **4340**
217 g × 100 = 21.700 g → **21700**

27125

Productos parciales

QUINTO CASO

Multiplicación de dos números de varias cifras.

Una lata de sardinas tiene un peso bruto de 217 gramos.

¿Cuántos gramos pesan 125 latas?

Tenemos que multiplicar 217×125.

Aplicando la propiedad distributiva resulta:

$$217 \times 125 = 217 \times (100+20+5) = 217 \times 100 + 217 \times 20 + 217 \times 5 =$$
$$= 21.700 + 4.340 + 1.085 = 27.125$$

El peso bruto de 125 latas es 27.125 gramos.

$$\begin{array}{r} 217 \\ \times\ 125 \\ \hline 1085 \\ 434 \\ 217 \\ \hline 27125 \end{array}$$

En la práctica, los ceros no se ponen.

6. Práctica de la multiplicación. Casos particulares.

Descomposición del número 307

$135 \times 307 = \boxed{135 \times (300 + 7)}$

Propiedad distributiva

$\boxed{135 \times 300 + 135 \times 7}$

$40.500 + 945 = 41.445$

PRIMER CASO

Cuando hay ceros intermedios.

Una botella de zumo vale 135 ptas.

¿Cuánto valen 307 botellas?

Hay que multiplicar **135 × 307**.

$$\begin{array}{r} 135 \\ \times\ 307 \\ \hline 945 \\ 40500 \\ \hline 41445 \end{array}$$

135 × 7 = 945 ptas. → 945

135×300=40.500 ptas. → 40500

135×307=41.445 ptas. → 41445

En la práctica no se escriben estos ceros.

Observa cómo queda la multiplicación cuando los productos se disponen en forma vertical.

El producto parcial obtenido al multiplicar por la cifra siguiente a los ceros intermedios se corre hacia la izquierda tantos lugares como ceros intermedios hay.

$$\begin{array}{r} 23\boxed{00} \\ \times\ 18\boxed{0} \\ \hline 184 \\ 23 \\ \hline 414\boxed{0}\boxed{00} \end{array}$$

SEGUNDO CASO

Cuando los factores acaban en cero.

Observa cómo se multiplica **2.300 × 180**.

Se multiplica 23 × 18 sin tener en cuenta los ceros. Después se agregan los tres ceros al final del producto.

Para multiplicar dos factores que acaban en cero se multiplican sin tener en cuenta los ceros. Después se escriben a la derecha del producto tantos ceros como tengan los dos factores.

1. Completa las multiplicaciones:

326 × 204 ...

1.345 × 1.003 = ...

25.610 × 800 = ...

2. Haz las siguientes multiplicaciones:

a) 25 × 206

b) 125 × 306

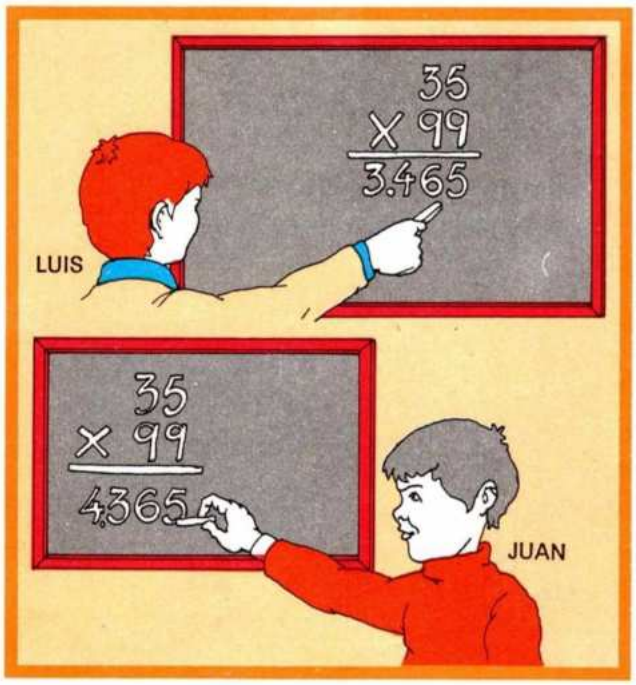
c) 137 × 3.004

d) 34.600 × 250

3. Resuelve estos problemas:

- Una mecanógrafa escribe 208 folios cada semana.
  ¿Cuántos folios escribe en 6 semanas?
- Una pelota vale 360 ptas.
  ¿Cuánto valen 150 pelotas?
- Un libro vale 465 ptas. ¿Cuánto valen 306 libros como el mencionado?

7. Cálculo aproximado y operaciones combinadas.



Observa cómo hacen Luis y Juan la multiplicación 35×99.

Uno de los niños se ha confundido.

¿Quién se ha confundido?

Para encontrar con seguridad cuál de los dos se ha confundido hacemos una **multiplicación aproximada.**

Como 99 está próximo a 100, 35×99 estará próximo a $35 \times 100 = 3.500$.

Se ha confundido Juan.

1. Lee y resuelve:

En las siguientes multiplicaciones se dan dos resultados, uno de los cuales es erróneo. Encuentra el resultado verdadero mediante multiplicaciones aproximadas.

a) $287 \times 101 = 82.987$ ó $287 \times 101 = 28.987$

b) $627 \times 1.002 = 268.254$ ó $627 \times 1.002 = 628.254$

c) $334 \times 993 = 331.662$ ó $334 \times 993 = 633.162$

2. Completa la siguiente tabla:

Frases	Expresión con símbolos que dice lo mismo que la frase	Comprobación
Si a 12 le restamos 2 y al resultado le multiplicamos por 3 da 30.	$(12-2) \times 3 = 30$	$10 \times 3 = 30$
Si el número 14 se multiplica por 5 y al resultado se le resta 11 da 59.		
La suma de 9 y 6 multiplicada por su diferencia es igual a 45.		
El doble de 17 más el triple de 20 es igual a 94.		
El triple de 8 más el doble de 8 es igual a 40.		
La suma de 8 y 6 multiplicada por su diferencia es igual a 28.		

Cálculo mental, cálculo rápido

① 5×10	② 5×100	③ 5×1.000	④ 5×10.000	⑤ 5×100.000
⑥ 6×10	⑦ 6×100	⑧ 6×1.000	⑨ 6×10.000	⑩ 6×100.000
⑪ 12×10	⑫ 12×100	⑬ 12×1.000	⑭ 12×10.000	⑮ 12×100.000

Ejercicios y problemas

1. Completa estas multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} 3\,1\,2 \\ \times\ 3\,\square \\ \hline \square\,1\,2 \\ \square\square\square\, \\ \hline \square\square\square\,2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,2\,\square\,4 \\ \times\ \square\,3 \\ \hline \square\,6\,7\,\square \\ \square\square\,6\,8 \\ \hline \square\square\square\square\square \end{array}$$

2.348×625 $\quad$ 3.482×508 $\quad$ 1.572×645

32.600×53.200 $\quad$ 4.629×346 $\quad$ 1.348×746

2. En una comunidad de 46 vecinos cada uno de ellos paga 5.325 ptas. mensuales de gastos generales.

¿A cuánto ascienden los gastos generales de la comunidad en un año?

3. En una semana, los premios de las quinielas fueron:

Quinielas	Premios
14 aciertos	234.625 ptas.
13 aciertos	24.734 ptas.
12 aciertos	1.326 ptas.

- Luis tiene 3 quinielas de 14 aciertos y 2 de 13 aciertos.

  ¿Cuánto ganó?

- Ana tiene 2 quinielas de 14 aciertos, 5 de 13 aciertos y 6 de 12 aciertos.

  ¿Cuánto ganó?

4. Un aparcamiento de una ciudad tiene tres plantas. La primera tiene 12 filas con 24 plazas para coches cada una.

La segunda planta tiene 8 filas con 22 plazas cada una y la tercera planta tiene 6 filas con 15 plazas cada una.

¿Cuántas plazas tiene el aparcamiento?

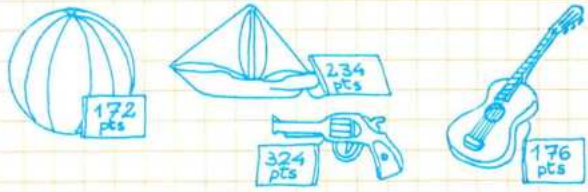
5. Un vendedor de revistas vendió en un día 138 semanarios.

El precio de cada uno es de 115 ptas.

¿Cuánto recaudó en la venta?

Si en cada semanario gana 8 ptas., ¿cuánto ha ganado en esa venta?

6. Observa los precios de estos juguetes:



¿Cuánto vale el barco más que la guitarra?

¿Cuánto valen 5 pelotas, 3 barcos y 6 pistolas?

¿Cuánto me devolverán si compro los cuatro juguetes y entrego para pagar 1.500 ptas.?

7. Una papelería ha vendido en un día: 18 libros a 575 ptas. cada uno, 26 estuches a 346 ptas. cada uno y 16 cajas de rotuladores a 890 ptas. cada caja.

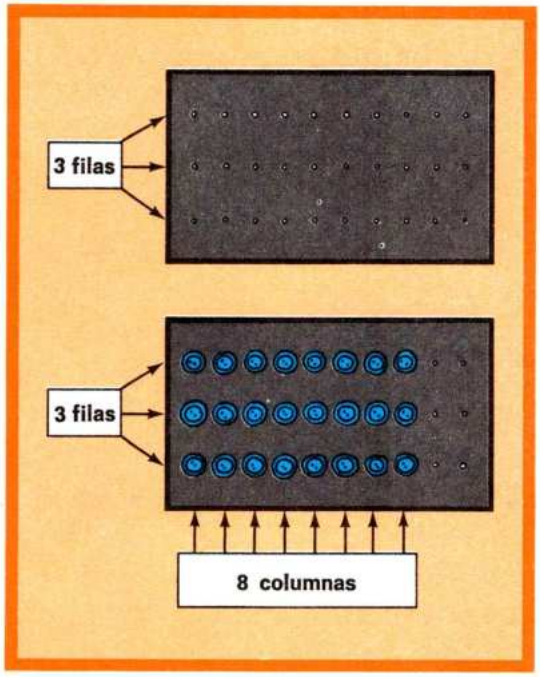
¿Cuál es el valor de la venta?

8. En una tienda de electrodomésticos se han vendido:

- 8 televisores, que valen 72.500 ptas. cada uno;
- 15 receptores de radio, a 4.720 ptas. cada uno;
- 6 proyectores, a 12.750 ptas. cada uno.

¿Cuál fue el valor de la venta?

1. División exacta.



La división exacta

Con 24 botones, ***¿cuántas columnas de este cartón se pueden llenar?***

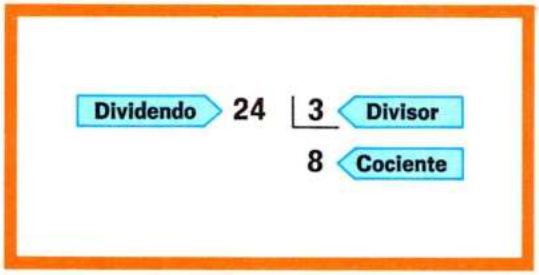
Como en el cartón hay 3 filas, el número de columnas con botones ha de ser tal que:

3	×	...	=	24
Número de filas	×	Número de columnas	=	Número total de botones

Es decir, hay que hallar el factor desconocido en la multiplicación $3 \times \ldots = 24$.

El factor desconocido se llama **cociente exacto,** y la operación para encontrarlo se llama **división exacta.**

Se pueden llenar 8 columnas del cartón.

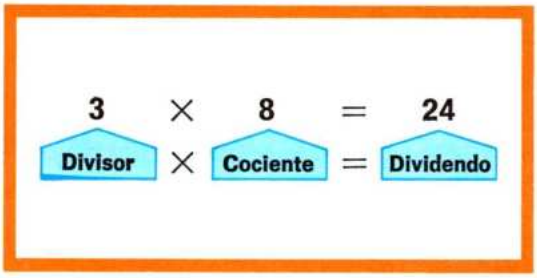


Equivalencias fundamentales

La división exacta $24 : 3 = 8$ también se escribe así: $\begin{array}{r|l} 24 & 3 \\ \hline & 8 \end{array}$

Los tres números, 24, 3 y 8, están relacionados por una multiplicación y dos divisiones:

$$3 \times 8 = 24 \longleftrightarrow 24 : 3 = 8 \longleftrightarrow 24 : 8 = 3$$



Éstas son las equivalencias fundamentales de la división exacta.

En general, si **D** → dividendo, **d** → divisor y **c** → cociente, se tiene:

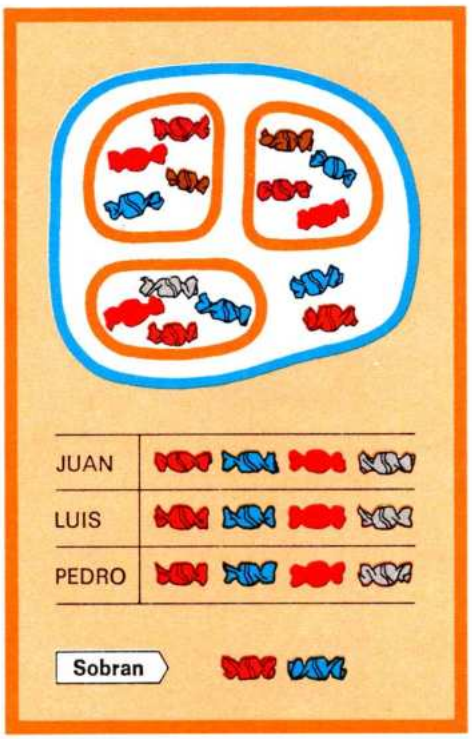
$$d \times c = D \longleftrightarrow D : d = c \longleftrightarrow D : c = d$$

La división exacta es la operación que permite encontrar el factor desconocido de una multiplicación en la que se conocen el producto y un factor.
En una división exacta el dividendo es igual al divisor por el cociente.

1. Lee y responde:

- En la división $42 : 6 = 7$, ¿cómo se llama cada número?
- ¿Cuáles son las dos divisiones exactas equivalentes a la multiplicación $8 \times 6 = 48$.
- Si se divide el producto de dos números por uno de ellos, ¿qué resulta?

2. División entera o inexacta.



La división inexacta. Términos

Se desea repartir 14 caramelos entre 3 niños, Juan, Luis y Pedro, en partes iguales.

¿Cuántos caramelos corresponden a cada uno?

Para resolver este problema hay que dividir 14 : 3, o, lo que es lo mismo, hemos de encontrar el factor desconocido en esta multiplicación: ... × 3 = 14.

Como no existe ningún número natural que multiplicado por 3 dé 14, resulta que la división exacta 14 : 3 no es posible, es decir, no se puede hacer un reparto exacto.

Como 4 × 3 = 12, y 12 es menor que 14, se pueden dar 4 caramelos a cada niño y sobran 2 caramelos.

Se escribe:

	14	3
Sobran 2 caramelos.	2	4 Caramelos que tocan a cada niño.

Dividendo	14	3	Divisor
Resto	2	4	Cociente

Esta división se llama **división entera** o **inexacta.**

La cantidad que se reparte es el **dividendo** (14).

El número de partes que se hacen es el **divisor** (3).

La cantidad que corresponde a cada parte es el **cociente** (4).

Lo que sobra es el **resto** (2).

D →	14	3	← d
r →	2	4	← c

Observa que entre los términos de esta división existe la relación: **14 = 3 × 4 + 2**

D = d × c + r

El dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

En una división entera, el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

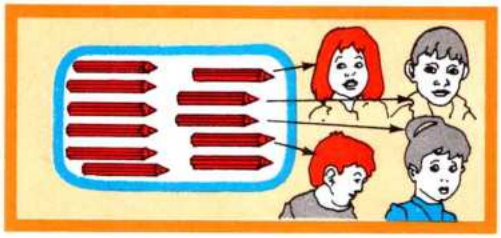
1. Halla el dividendo en cada caso:

Dividendo									
Divisor	5	6	9	6	7	3	5	5	6
Cociente	6	8	7	4	8	2	3	869	532
Resto	1	2	4	2	3	1	4	3	3

2. Haz estas divisiones y comprueba en todas ellas la relación fundamental entre sus términos: D = d × c + r.

7 | 3	38 | 7	58 | 7
50 | 6	59 | 7	49 | 8

3. Propiedad del resto. Prueba de la división.



Propiedad del resto

Vamos a repartir 11 lápices entre 4 niños.

Si se da sólo un lápiz a cada niño sobran 7 lápices.

Pero así el reparto no está bien hecho, puesto que se puede dar otro lápiz a cada niño.

Ⓐ

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ -\ 4 & 1 \\ \hline 7 & \end{array}$$

Ⓑ

$$\begin{array}{r|l} 11 & 4 \\ -\ 8 & 2 \\ \hline 3 & \end{array}$$

Observa estas divisiones.

La división Ⓐ no es correcta, porque el resto no puede ser mayor que el divisor.

La división Ⓑ es correcta. Observa que el resto es ahora menor que el divisor.

El resto de una división es siempre menor que el divisor ($r<d$).

$$\begin{array}{r|l} 50 & 8 \\ -\ 48 & 6 \\ \hline 02 & \end{array}$$

CARMEN

$D = d \times c + r$

$50 = 8 \times 6 + 2$

$$\begin{array}{r|l} 50 & 8 \\ -\ 40 & 5 \\ \hline 10 & \end{array}$$

JAVIER

$D = d \times c + r$

$50 = 8 \times 5 + 10$

Prueba de la división inexacta

Observa cómo hacen la división **50 | 8** Carmen y Javier.

En las dos divisiones se cumple la propiedad fundamental:

Dividendo = divisor × cociente + resto.

$50 = 8 \times 6 + 2$	$50 = 8 \times 5 + 10$

Pero si nos fijamos en el resto vemos que:

- Carmen ha hecho bien la división porque su resto (2) es menor que el divisor (8).
- En cambio Javier ha hecho mal la división porque su resto (10) es mayor que el divisor (8).

Para saber si una división está bien hecha hay que comprobar que se cumplan estas dos relaciones:

Primera: El resto ha de ser menor que el divisor ($r<d$).

Segunda: El dividendo ha de ser igual al divisor por el cociente más el resto ($D=d\times c+r$).

1. Observa estas divisiones:

$$\begin{array}{r|l} 52 & 6 \\ 4 & 8 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 127 & 4 \\ 4 & 31 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 265 & 2 \\ 2 & 132 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2484 & 6 \\ 0 & 414 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 5328 & 7 \\ 1 & 761 \end{array}$$

Haz la prueba y rodea las que están bien hechas.

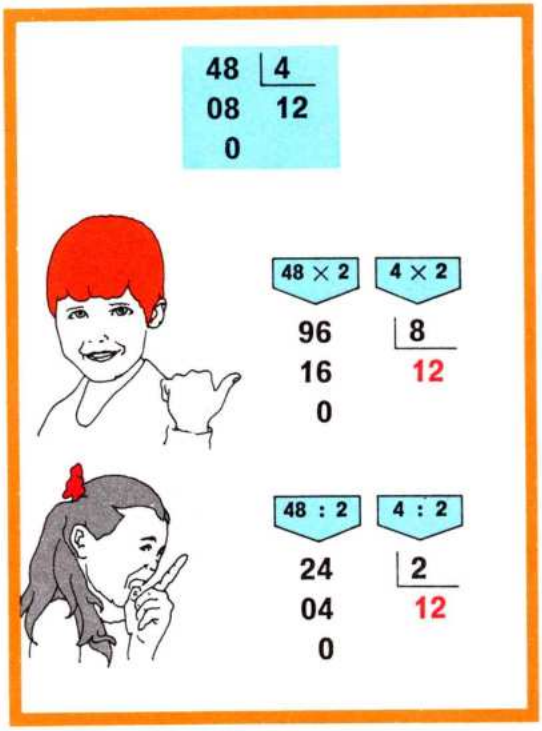
2. Haz las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{r|l} 42 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 43 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 44 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 46 & 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 47 & 3 \end{array}$$

¿Cuáles son los restos posibles al dividir un número entre 3?

4. Propiedades fundamentales de la división.



Propiedad fundamental de la división exacta

Observa la división exacta **48 : 4 = 12.**

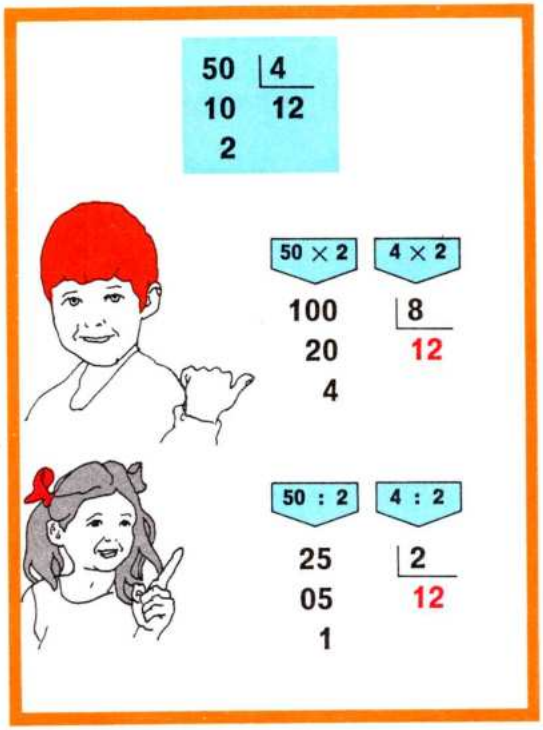
- Andrés ha multiplicado por 2 tanto el dividendo como el divisor.

  El cociente obtenido no ha variado (12).

- Laura ha dividido por 2 tanto el dividendo como el divisor.

  El cociente obtenido tampoco ha variado (12).

Si el dividendo y el divisor de una división exacta se multiplican o dividen por el mismo número, el cociente no varía.



Propiedad fundamental de la división entera

Observa la división entera **50 : 4.**

- Andrés ha multiplicado por 2 tanto el dividendo como el divisor.

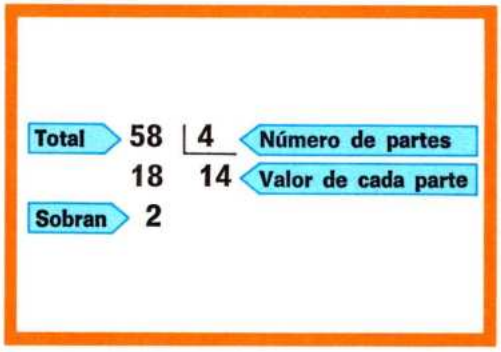
  El cociente obtenido no ha variado (12), pero el resto ha quedado multiplicado por 2 ($2 \times 2 = 4$).

- Laura ha dividido por 2 tanto el dividendo como el divisor.

  El cociente obtenido tampoco ha variado, pero el resto ha quedado dividido por 2 ($2 : 2 = 1$).

Si el dividendo y el divisor de una división entera se multiplican o dividen por un mismo número, el cociente no varía, pero el resto queda multiplicado o dividido por ese número.

5. Problemas que resuelve la división.



La división permite hallar el valor de una parte

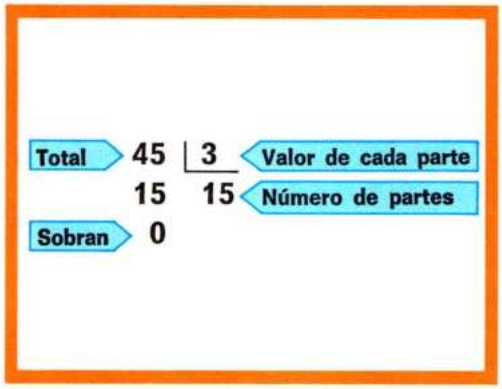
Se desea repartir 58 cromos entre 4 niños.
¿Cuántos corresponden a cada uno?

Para resolver este problema hay que dividir:

58 | 4

Esta división nos dice que cada uno recibe 14 cromos y sobran 2 cromos.

Para hallar el valor que corresponde a cada parte se divide el total por el número de partes.



La división permite hallar el número de partes

Una cuerda de 45 metros se ha dividido en varias partes iguales. Cada parte mide 3 metros.
¿Cuántas partes se han formado?

Para resolver este problema hay que dividir:

45 | 3

Esta división nos dice que se han formado 15 partes.

Para calcular el número de partes se divide el total por el valor de cada parte.

1. Resuelve estos problemas.

En cada uno, indica si hay que hallar el valor de una parte o el número de partes.

- Se reparten 62 lápices entre 5 niños. ¿Cuántos lápices tocan a cada uno?
- ¿Cuántos collares de 9 perlas se pueden hacer con 108 perlas?
- Un alambre de 160 metros se quiere cortar en trozos de 8 metros cada uno. ¿Cuántos trozos resultan?
- Nueve helados iguales me han costado 315 ptas. ¿Cuánto vale cada helado?
- Por poner 4 puertas un carpintero cobró 6.000 ptas. ¿Cuánto cobró por cada una?
- ¿Cuántos ramos de 6 rosas se pueden hacer con 258 rosas?
- Se han comprado 5 bocadillos iguales por 425 ptas. ¿Cuánto costó cada bocadillo?
- ¿Cuántos equipos de 5 alumnos se pueden formar con los 160 alumnos de 4.° de un colegio?

Cálculo mental, cálculo rápido

① 40 : 2	② 40 : 4	③ 40 : 5	④ 40 : 8	⑤ 40 : 10
⑥ 60 : 2	⑦ 60 : 3	⑧ 60 : 6	⑨ 60 : 10	⑩ 80 : 2
⑪ 80 : 4	⑫ 80 : 8	⑬ 80 : 10	⑭ 7 : 1	⑮ 100 : 2

Ejercicios y problemas

1. Completa los siguientes cuadros:

Dividendo	Divisor	Cociente	D=d×c
48	6		
36	9		
60	10		
27	3		

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto	D=d×c+r
51	8			
66	9			
46	5			
50	6			

2. Para cada división, escribe la relación fundamental **D = d × c + r**:

$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ 1 & 2 \end{array} \longrightarrow 7 = 3 \times 2 + 1 \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ 2 & 2 \end{array} \longrightarrow 8 = \ldots \times \ldots + \ldots$$

$$\begin{array}{r|l} 19 & 6 \\ 1 & 3 \end{array} \longrightarrow \ldots = \ldots \times \ldots + \ldots \qquad \begin{array}{r|l} 15 & 8 \\ 7 & 1 \end{array} \longrightarrow \ldots = \ldots \times \ldots + \ldots$$

3. Por 8 cromos se han pagado 96 ptas. ¿Cuánto se pagó por cada cromo?

4. Calcula el cociente exacto en:

$$\begin{array}{r|l} 96 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 96 & 6 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 96 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 48 & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 56 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 56 & 7 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 56 & 8 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 34 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 28 & 2 \end{array}$$

Comprueba en cada división que dividendo = divisor × cociente.

5. En la división 72 : 8 = 9, ¿cómo se llama cada número?

6. Escribe dos divisiones exactas equivalentes a la multiplicación 9 × 7 = 63.

7. En una división se sabe que divisor = 8, cociente = 9 y resto = 3.
Halla el dividendo.

8. El resto de una división entera, ¿cómo debe ser: igual, mayor o menor que el divisor?
Compruébalo en la división 60 : 8.

9. En la división $\begin{array}{r|l} 90 & 6 \\ 30 & 14 \\ 6 & \end{array}$ se cumple que **D = d × c + r**: 90 = 6 × 14 + 6. ¿Está bien hecha?

10. Un tonel tiene 95 litros de vino. ¿Cuántas garrafas de 5 litros se pueden llenar?

1. Primer caso: dividendo de varias cifras y divisor de una. I.

Cuando la primera cifra del dividendo es menor que el divisor.

Seis metros de tela valen 2.082 pesetas.

¿Cuánto vale cada metro?

Hay que dividir **2082** | **6**

Observa cómo se hace esta división.

PRIMER PASO

2082 | 6
2 3

Hay que separar dos cifras (20) del dividendo para tener un número mayor o igual que el divisor. Se divide 20 entre 6.

20 | 6
2 3

SEGUNDO PASO

2082 | 6
28 34
4

Se baja la cifra siguiente (8), que con el 2 forman 28, y se divide 28 entre 6.

28 | 6
4 4

TERCER PASO

2082 | 6
28 347
42
0

Se baja el 2, que con el 4 forman 42, y se divide 42 entre 6.

42 | 6
0 7

Cada metro de tela vale 347 pesetas.

2082 | 6
28 347
42
0

En la práctica se hace así.

948 | 5
44 189
48
3

Cuando la primera cifra del dividendo es mayor o igual que el divisor.

Sea la división **948** | **5**

En este caso se inicia la división separando la primera cifra del dividendo. Después se continúa como en el caso anterior.

Antes de empezar a dividir se separan con un arco o coma las cifras necesarias del dividendo para formar un número mayor o igual que el divisor.

1. Haz las siguientes divisiones:

a) 2624 | 8 b) 2394 | 7 c) 1287 | 9 d) 8794 | 7

En las divisiones que sean exactas comprueba que $\mathbf{D = d \times c}$, y en las que sean inexactas comprueba que:

a) $\mathbf{r < d}$ b) $\mathbf{D = d \times c + r}$

2. Primer caso: dividendo de varias cifras y divisor de una. II.

Cuando aparecen ceros en el cociente.

Siete amigos han de pagar 8.428 ptas. en partes iguales.

¿Cuánto corresponde pagar a cada uno?

Hay que dividir **8428** | **7**

PRIMER PASO

```
8428 | 7
1    | 1
```

Se separa una cifra (8) del dividendo y se divide 8 entre 7.

```
8 | 7
1 | 1
```

SEGUNDO PASO

```
8428 | 7
14   | 12
 0
```

Se baja el 4, que con el 1 forman 14, y se divide 14 por 7.

```
14 | 7
 0 | 2
```

TERCER PASO

```
8428 | 7
14   | 120
 02
```

Se baja el 2 y se divide 2 entre 7. Como $2 < 7$, 2 entre 7 es 0. Es decir, como el dividendo parcial (2) es menor que el divisor (7), se pone 0 en el cociente.

```
2 | 7
2 | 0
```

CUARTO PASO

```
8428 | 7
14   | 1204
 028
   0
```

Se baja el 8, que con el 2 forman 28, y se divide 28 entre 7.

```
28 | 7
 0 | 4
```

A cada uno corresponde pagar 1.204 pesetas.

```
8428 | 7
14   | 1204
 028
   0
```

En la práctica se hace así.

Ⓐ

```
12024 | 4
 0024 | 3006
    0
```

Ⓑ

```
9423 | 6
 34  | 1570
 42
 03
```

restos parciales

resto

Lee atentamente otros ejemplos en los que aparecen ceros en el cociente.

En la división Ⓐ aparecen dos ceros intercalados en el cociente.

En la división Ⓑ aparece cero al final del cociente.

Siempre que un resto parcial sea menor que el divisor se pone 0 en el cociente y se baja la cifra siguiente.

1. Haz las siguientes divisiones:

a) 10456 | 7

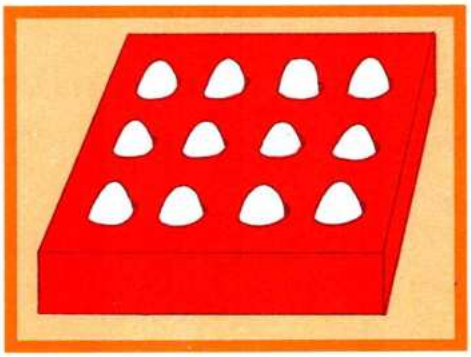
b) 1672 | 8

c) 6021 | 3

d) 2430 | 9

2. Haz la prueba en las divisiones del ejercicio anterior.

3. Segundo caso: dividendo de varias cifras y divisor de dos cifras.



Se quiere colocar 376 huevos en cajas. En cada caja caben 12 huevos.

¿Cuántas cajas se pueden llenar?

Hay que dividir **376** | **12**

Con 12 huevos se llena 1 caja.

Como $12 \times 10 = 120$, resulta que con 120 huevos se llenan 10 cajas.

Huevos: $376 \xrightarrow{-120} 256 \xrightarrow{-120} 136 \xrightarrow{-120} 16 \xrightarrow{-12} 4$

Núm. de cajas: $10 + 10 + 10 + 1 = 31$

Se pueden llenar 31 cajas y sobran 4 huevos.

Observa cómo se hace la división:

376 = 37 decenas + 6 unidades

PRIMER PASO

376 | 12
− 36 | **3**
1

Se separan dos cifras del dividendo (37) y se dividen las 37 decenas por 12.

37 | 12
−36 | 3
1

SEGUNDO PASO

376 | 12
− 36 | **3**
16

Se baja el 6, que con el 1 forman 16.

TERCER PASO

376 | 12
− 36 | **31**
16
4

Se divide 16 entre 12.

16 | 12
−12 | 1
4

376 | 12
16 | 31
4

En la práctica no se escriben las restas.

1. Haz las siguientes divisiones:

a) 1707 | 21 b) 851 | 23 c) 1036 | 28 d) 774 | 43

2. Resuelve los siguientes problemas:

- ¿Qué número multiplicado por 27 da 918?
- Un camión lleva 1.944 kilos de naranjas en 54 cajas. ¿Cuántos kilos pesa cada caja?
- Se quieren empaquetar en cajas de 12 lápices 1.532 lápices. ¿Cuántas cajas se necesitan?

Actividades

1. Resuelve y completa:

Se quieren poner 36 lápices en cajas sin que sobre ninguno.
¿Cuántas cajas se necesitan?

Si en cada caja ponemos	Divisiones	Número de cajas
2 lápices	36 : 2 = 18	18
6 lápices		
9 lápices		
12 lápices		
18 lápices		
36 lápices		

2. Resuelve y completa:

Con 96 cuentos, ¿cuántos paquetes podemos formar?

Cuentos en cada paquete	Divisiones	Número de paquetes
2 cuentos	96 : 2 = 48	48
3 cuentos		
8 cuentos		
16 cuentos		
24 cuentos		
48 cuentos		

3. Completa la tabla. Recuerda que dividendo = divisor × cociente + resto.

Dividendo	1.325	625			2.514	8.382	
Divisor	27		56	17	64	96	49
Cociente		18	23	48			72
Resto			15	5			12

4. Resuelve estos problemas:

- Se quieren colocar 564 huevos en cajas de 12 huevos.
  ¿Cuántas cajas se pueden llenar?
  ¿Cuántos huevos sobran?

- Veintiséis caramelos iguales pesan 338 gramos.
  ¿Cuánto pesa cada uno?

- Al multiplicar 38 por un número resulta 570.
  ¿Cuál es ese número?

4. Tercer caso: dividendo y divisor de varias cifras.

Un comerciante quiere invertir 16.684 pesetas en quesos que valen 316 pesetas cada uno.

¿Cuántos quesos puede comprar y cuánto le sobra?

Hay que dividir **16684 | 316**

Observa cómo se hace esta división.

PRIMER PASO

16684 | 316

Se separan con un arco las cifras necesarias del dividendo, 1668, para formar un número mayor o igual que el divisor.

16684 | 316

SEGUNDO PASO

16684 | 316
5

Se averigua la primera cifra del cociente multiplicando 316 por 1, 2, 3, etc.

316 × 1	316 × 2	316 × 3	316 × 4	316 × 5	316 × 6
316	632	948	1264	1580	1896

La primera cifra del cociente es 5.

316 × 5 = 1580

TERCER PASO

16684 | 316
−1580 5
88

Se halla el primer resto parcial.
Para ello se resta 1668 − 1580 = 88.

1668 − 1580 = 88

CUARTO PASO

16684 | 316
−1580 52
884

Se baja la cifra siguiente (4), que con el resto parcial (88) forman 884. Se busca la cifra del cociente como en el segundo paso.

316 × 1	316 × 2	316 × 3
316	632	948

La segunda cifra del cociente es 2.

316 × 2 = 632

QUINTO PASO

16684 | 316
−1580 52
884
−632
252

Se halla el resto: 884 − 632 = 252.

El cociente es 52 y el resto 252.

El comerciante puede comprar 52 quesos y le sobran 252 pesetas.

16684 | 316
0884 52
252

En la práctica las restas se hacen mentalmente y no se escriben.

1. Haz las siguientes divisiones y realiza la prueba en cada una:

a) 16642 | 314
b) 71198 | 326
c) 50580 | 538
d) 131140 | 415
e) 17784 | 312
f) 169218 | 237

5. Otra forma de averiguar las cifras del cociente.

Consideremos de nuevo la división **16684 | 316**

PRIMER PASO

16684 | 316

Se separan con un arco las cifras necesarias del dividendo, 1668, para formar un número mayor o igual que el divisor.

16684 | 316

SEGUNDO PASO

16684 | 316
5

Ahora vamos a averiguar la primera cifra del cociente. Para ello en la división 1668 | 316 se rodean con puntos todas las cifras del divisor, excepto la primera, 1668 | 3 16 , y se rodea en el dividendo el mismo número de cifras, 16 68 | 3 16 .

Finalmente se dividen las cifras que no están rodeadas: 16 : 3 = 5.

Así resulta que la primera cifra del cociente es 5.

16 | 3
5

TERCER PASO

16684 | 316
−1580 5
88

Se comprueba si la cifra hallada es buena. Como 5 × 316 = 1580, que es menor que 1668, se puede restar 1668 − 1580 = 88 y el primer resto parcial es 88.

1668
− 1580
88

CUARTO PASO

16684 | 316
−1580 52
884

Se baja la cifra siguiente (4), que con el resto parcial (88) forman 884. Se busca la segunda cifra del cociente como en el segundo paso:

8 84 | 3 16

8 : 3 a 2. La segunda cifra es 2.

8 | 3
2

QUINTO PASO

16684 | 316
−1580 52
884
−632
252

Se halla el resto 316 × 2 = 632:

884 − 632 = 252

884
− 632
252

1. Haz las siguientes divisiones:

14998 | 47

20604 | 327

33980 | 548

25360 | 264

227934 | 3402

290690 | 3545

279826 | 786

2. Completa el cuadro:

Dividendo	Divisor	Cociente	Resto
	316	52	260
326.428	3.126		
847.324	4.126		
	2.130	415	64

6. Casos particulares de la división.

PRIMER CASO

Cuando el divisor es la unidad seguida de ceros

Cada una de las relaciones de la izquierda nos permite escribir la división de la derecha.

RELACIONES	DIVISIONES	
$D = d \times c + r$	D | d r c	
$345 = 10 \times 34 + 5$	345 | 10 5 34	34 cociente, 5 resto
$728 = 100 \times 7 + 28$	728 | 100 28 7	7 cociente, 28 resto

Para dividir un número por la unidad seguida de ceros se separan, empezando por la derecha, tantas cifras como ceros siguen a la unidad.

El número formado a la izquierda de las cifras separadas es el cociente, y el número formado por las cifras separadas es el resto.

100 : 10 → 10 : 1 = 10

1.000 : 10 → 100 : 1 = 100

10.000 : 100 → 100 : 1 = 100

SEGUNDO CASO

Cuando el dividendo y el divisor acaban en ceros

Observa estas divisiones. Al suprimir igual número de ceros en el dividendo y en el divisor, el cociente no varía.

230600 | 2400	2306 | 24
14600 96	146 96
200	2

Suprimir 2 ceros en el dividendo y en el divisor equivale a dividirlos por 100. El cociente es el mismo, pero el resto queda dividido por 100.

Si estamos interesados sólo en el cociente, se puede suprimir igual número de ceros en el dividendo y en el divisor.

1. Halla el cociente y el resto en cada división:

578 : 10	970 : 10	1.340 : 10
1.348 : 100	5.800 : 100	7.400 : 100
9.649 : 1.000	12.000 : 1.000	13.000 : 1.000

2. Halla el cociente.

Suprime en cada caso el mismo número de ceros en el dividendo y en el divisor.

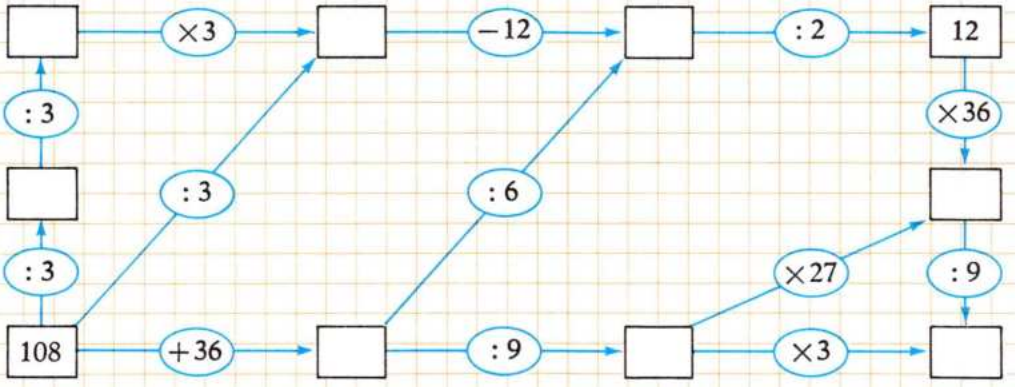
12960 \| 180 129600 \| 360 129600 \| 1200

Cálculo mental, cálculo rápido

① 400 : 10	② 400 : 100	③ 400 : 20	④ 400 : 200	⑤ 400 : 400
⑥ 600 : 10	⑦ 600 : 100	⑧ 600 : 20	⑨ 600 : 200	⑩ 600 : 600
⑪ 800 : 10	⑫ 800 : 100	⑬ 800 : 20	⑭ 800 : 200	⑮ 800 : 800

Ejercicios y problemas

1. Haz las operaciones que se indican:



2. Por 3 cafés y 4 bombones se han pagado 123 ptas. Los 3 cafés costaron 75 ptas.
¿Cuánto costó cada café y cuánto cada bombón?

3. Se han comprado 17 bombillas por 1.105 ptas.
¿Cuánto costarán 25 bombillas?

4. Juan compró 13 cuadernos por 325 ptas.
¿Cuánto se gastó Ana, que compró 23 cuadernos?

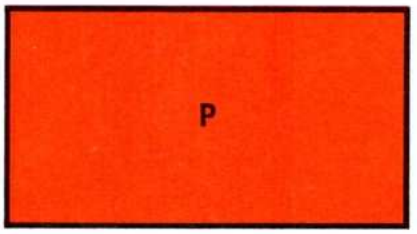
5. Un agricultor ha cosechado 5.760 kilos de naranjas y 1.500 kilos de mandarinas. Las naranjas las coloca en cajas de 12 kilos y las mandarinas en cajas de 15 kilos.
¿Cuántas cajas necesita de cada clase? ¿Cuántas cajas necesita en total?

6. Antonio y Juan reúnen 496 ptas. para hacer un regalo a un amigo. Juan puso 28 ptas. más que Antonio.
¿Cuántas pesetas aportó cada uno?

7. De un tonel que tiene 300 litros se ha sacado el vino necesario para llenar 4 garrafas de 5 litros cada una, 3 garrafas de 12 litros cada una y 28 botellas de 2 litros.
¿Cuánto vino queda en el tonel?

8. Un niño tiene en su hucha 5 billetes de 100 ptas., 3 monedas de 50 ptas., 5 monedas de 25 ptas., 12 monedas de 5 ptas. y 82 ptas. Se compra un balón que le cuesta 675 ptas.
¿Cuánto le sobra?

1. Plano, recta, segmento.



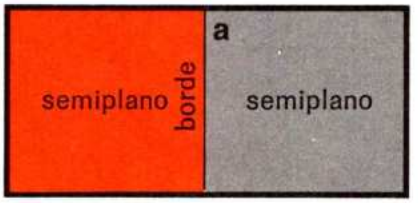
PLANO P

El plano

La superficie de un lago de aguas tranquilas da idea de un plano.

Esta misma idea de plano la proporciona una hoja de papel si la imaginamos prolongada indefinidamente por los cuatro bordes.

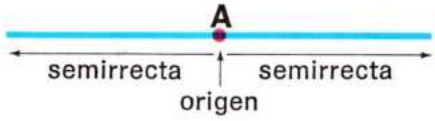
El plano es ilimitado, pero para representarlo se dibuja una parte de él como indica la figura y se suele nombrar con una letra.



Recta y semiplano

Si se dobla una hoja de papel que representa un plano, al desdoblar aparece una marca **(a)** que divide el plano en dos partes o regiones que se llaman **semiplanos.**

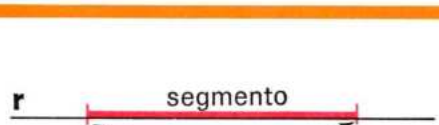
La recta **a** es el **borde** o **frontera** de los dos semiplanos.



Semirrecta

Un punto **A** divide a una recta en dos partes llamadas **semirrectas.**

El punto **A** es el **origen** o **borde** de las dos semirrectas.



Segmento

La parte de recta comprendida entre los puntos **A** y **B** es un **segmento**

Los puntos **A** y **B** son los **extremos** o **bordes** del segmento.

Una recta divide a un plano en dos partes llamadas semiplanos.
Un punto divide a una recta en dos partes llamadas semirrectas.
Segmento es la parte de recta comprendida entre dos puntos.

1. Traza y contesta:

- Traza una recta **r** en una cuartilla.
- Colorea un semiplano de azul y el otro de rojo.

  ¿Se puede pasar del semiplano azul al semiplano rojo sin atravesar la recta **r**?

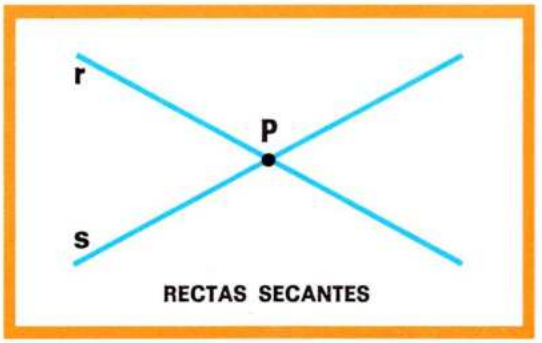
2. Traza semirrectas y segmentos:

- Con una regla, traza dos rectas.

  Señala un punto en una de ellas.

  Colorea con colores distintos las dos semirrectas.
- Dibuja tres segmentos en la otra recta.

2. Rectas secantes y rectas paralelas. Ángulo.



RECTAS SECANTES

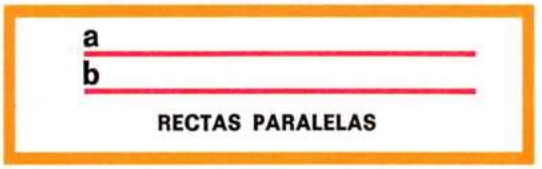
Posiciones de dos rectas en el plano

Dos rectas del plano pueden ocupar tres posiciones: **secantes, paralelas** o **coincidentes.**

- **Dos rectas son secantes cuando tienen un solo punto común.**

  Las rectas **r** y **s** son secantes y **P** es el **punto de intersección:**

  $$r \cap s = \{P\}$$



RECTAS PARALELAS

- **Dos rectas son paralelas cuando no tienen ningún punto común.**

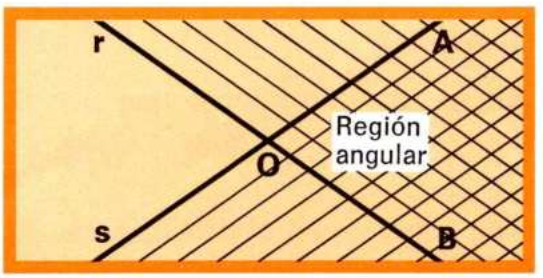
  Las rectas **a** y **b** son paralelas:

  $$a \cap b = \varnothing$$

RECTAS COINCIDENTES

- **Dos rectas son coincidentes cuando tienen todos los puntos comunes.**

  Las rectas **m** y **n** son coincidentes; en realidad, se trata de la misma recta.



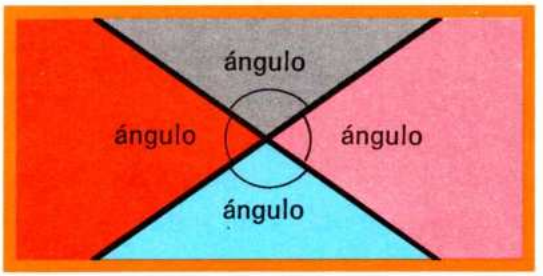
Región angular

Observa las rectas secantes **r** y **s.**

Cada recta determina dos semiplanos.

Se ha rayado un semiplano de **r** y un semiplano de **s.** La intersección de estos semiplanos es una **región angular** (parte cuadriculada).

Los bordes de la región angular son las semirrectas **OA** y **OB,** de origen **O.**



Ángulo

Dos rectas secantes dividen el plano en cuatro regiones angulares. Cada una de estas regiones determina un **ángulo.**

1. RECORTA Y PLIEGA:

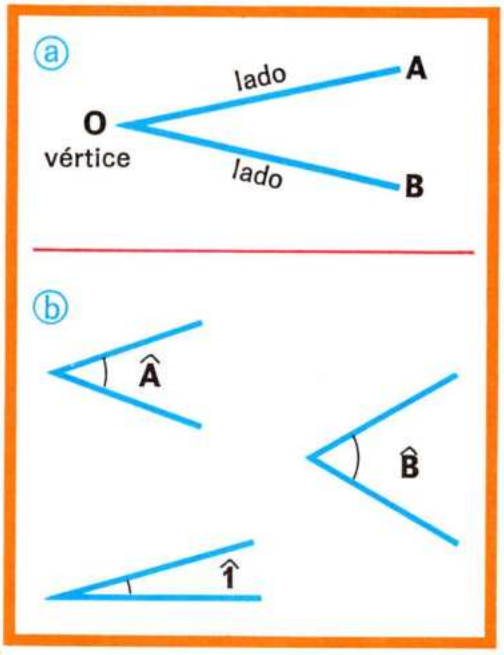
- Dobla una hoja de papel por la mitad.
- Sin desdoblarlo, vuelve a doblar por la mitad y sigue haciendo lo mismo mientras puedas.
- Desdobla el papel y habrán quedado señaladas varias rectas.

  ¿Cómo son estas rectas?

2. Haz lo que se indica:

- Dibuja dos rectas secantes en una hoja de papel.
- Numera las cuatro regiones angulares que se han formado.
- Colorea de rojo una de las regiones y colorea de azul sus bordes.

3. Elementos de un ángulo. Comparación de ángulos.



Elementos y lectura de un ángulo

Observa este ángulo.

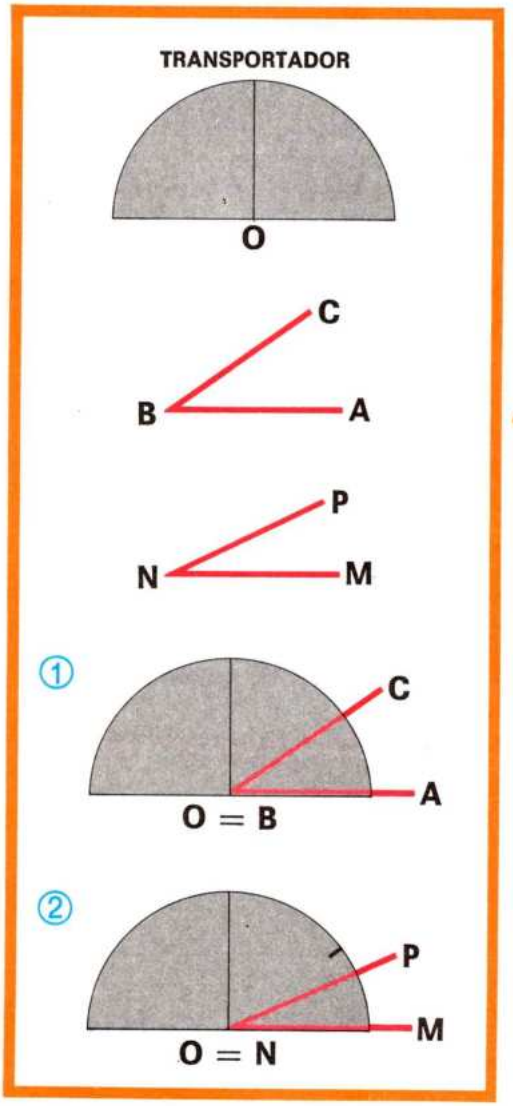
Sus elementos son los lados y el vértice.

- **Los lados** son dos semirrectas **OA** y **OB** que tienen su origen en el punto **O.**
- **El vértice** es el punto **O.**

Un ángulo se nombra de varias formas:

ⓐ Con tres letras. El ángulo de la figura es el ángulo **AOB.** A veces se coloca el signo ^ sobre ellas. Así, ángulo $\widehat{AOB}$ o ángulo $\widehat{BOA}$. La letra del vértice se pone siempre en medio.

ⓑ Con una letra o con un número: ángulo $\hat{A}$; ángulo $\hat{B}$; ángulo $\hat{1}$.



Comparación de ángulos

Un **transportador** es un instrumento que permite comparar ángulos y construir un ángulo igual a otro dado.

Un semicírculo de papel como el de la figura puede servir también como transportador.

Observa cómo se comparan los ángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{MNP}$.

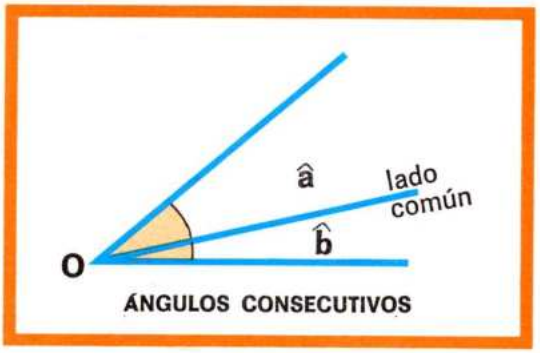
① Se coloca el transportador sobre el ángulo $\widehat{ABC}$ de modo que el punto **O** del transportador coincida con el vértice **B** y el borde recto del transportador esté sobre un lado del ángulo (en la figura, el lado **BA**).

Se señala en el transportador el punto por donde pasa el otro lado **BC** del ángulo.

② Después se lleva el transportador sobre el ángulo $\widehat{MNP}$. Se observa que el lado **NP** pasa por debajo de la señal. Luego el ángulo $\widehat{ABC}$ es mayor que el ángulo $\widehat{MNP}$.

$$\widehat{ABC} > \widehat{MNP}$$

4. Ángulos consecutivos y adyacentes.



ÁNGULOS CONSECUTIVOS

Ángulos consecutivos

Los ángulos $\hat{a}$ y $\hat{b}$ sólo tienen en común el vértice **O** y el lado.

Los ángulos $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son **ángulos consecutivos.**

ÁNGULOS ADYACENTES

Ángulos adyacentes

Observa que los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{2}$ son consecutivos, tienen un lado común y los lados no comunes (lados **OA** y **OC**) están sobre la misma recta.

Los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{2}$ son **ángulos adyacentes.**

ÁNGULO LLANO

Ángulo llano

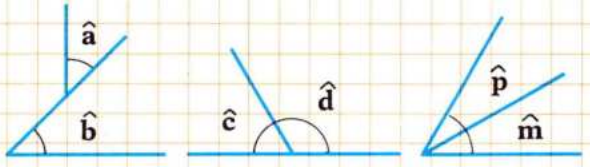
La unión de los ángulos adyacentes $\widehat{AOB}$ y $\widehat{BOC}$ es el ángulo $\widehat{AOC}$, que es un **ángulo llano.**

Ángulos consecutivos son aquellos que sólo tienen en común un vértice y un lado.

Dos ángulos son adyacentes si son consecutivos y tienen los lados no comunes sobre la misma recta.

Ángulo llano es la unión de dos ángulos adyacentes.

1. Calca estos ángulos en tu cuaderno:



Completa este cuadro escribiendo SÍ o NO.

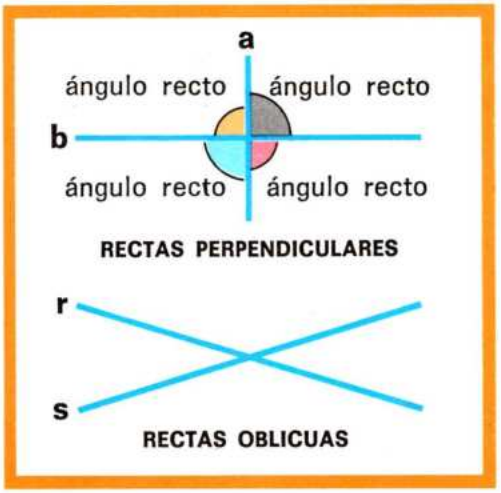
	Ángulos		
	$\hat{a}$ y $\hat{b}$	$\hat{c}$ y $\hat{d}$	$\hat{m}$ y $\hat{p}$
Son consecutivos			
No son consecutivos			
Son adyacentes			
No son adyacentes			

2. Traza en tu cuaderno dos ángulos consecutivos y dos ángulos adyacentes.

3. Contesta a estas preguntas:

- Si dos ángulos son adyacentes, ¿son también consecutivos?
- Si dos ángulos son consecutivos, ¿son también siempre adyacentes?

5. Rectas perpendiculares y rectas oblicuas. Ángulos rectos, agudos y obtusos.



Rectas perpendiculares y rectas oblicuas

Observa las rectas secantes **a** y **b.**

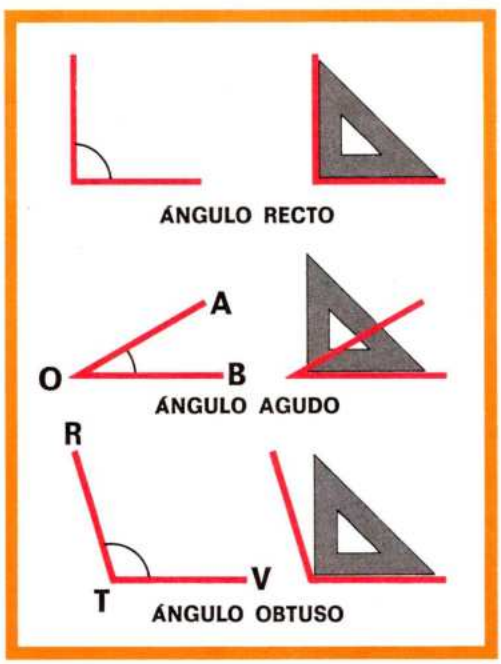
Los cuatro ángulos que forman son iguales.

Por eso las rectas se llaman **rectas perpendiculares.**

Cada uno de los cuatro ángulos iguales es un **ángulo recto.**

Si dos rectas secantes no son perpendiculares se llaman **rectas oblicuas.**

Las rectas **r** y **s** son oblicuas.



Ángulos recto, agudo y obtuso

Ángulo recto es cada uno de los ángulos iguales que forman dos rectas perpendiculares.

Para comprobar si un ángulo es recto o si dos rectas son perpendiculares se utiliza la escuadra. La escuadra tiene dos bordes que forman ángulo recto y por tanto son perpendiculares.

Ángulo agudo es aquel que es menor que un ángulo recto.

El ángulo $\widehat{AOB}$ es un ángulo agudo.

Ángulo obtuso es aquel que es mayor que un ángulo recto y menor que un ángulo llano.

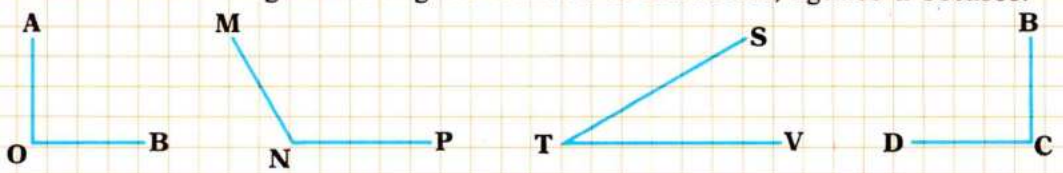
El ángulo $\widehat{RTV}$ es un ángulo obtuso.

1. RECORTA Y PLIEGA

- Dobla una hoja de papel por la mitad. Sin desdoblar, dobla de nuevo de modo que el primer doblez se superponga sobre el mismo.
- Extiende el papel y marca las dos señales que resultan.

¿Cómo son estas rectas?

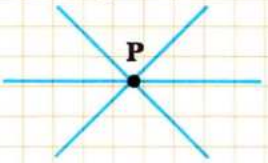
2. Nombra cada uno de los siguientes ángulos e indica si son rectos, agudos u obtusos.



Comprueba con la escuadra que los ángulos primero y último son rectos.

Ejercicios y problemas

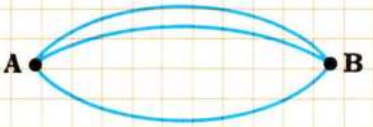
1. Fíjate en el dibujo.



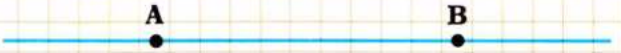
- ¿Cuántas rectas aparecen dibujadas?
- ¿Cuántas semirrectas hay dibujadas?
- ¿Cuántas rectas se pueden trazar pasando por un punto?

2. ¿Cómo se llaman las dos partes en que una recta divide a un plano?

3. ¿Cuántas líneas curvas pueden pasar por dos puntos?



4. ¿Cuántas líneas rectas pueden pasar por dos puntos?



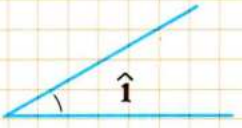
5. Une cada frase de la izquierda con el recuadro de la derecha, según corresponda.

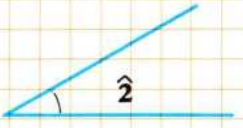
Dos rectas tienen un solo punto en común	**paralelas**
Dos rectas del plano no tienen ningún punto en común	**secantes**
Dos rectas se cortan en un punto	**perpendiculares**
Dos rectas se cortan y forman ángulos iguales	

6. Mediante plegado de una cuartilla o folio, construye rectas paralelas.

7. Mediante plegado de una cuartilla o folio, construye rectas perpendiculares.

8. Comprueba con un papel transparente o con un transportador que los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{2}$ son iguales.



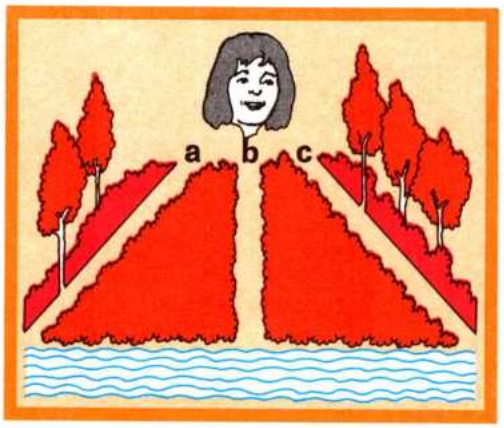


9. Dibuja dos ángulos consecutivos que no sean adyacentes y otros dos ángulos consecutivos que sean adyacentes.

10. Dibuja dos rectas perpendiculares y colorea de diferentes colores los cuatro ángulos que se forman. ¿Cómo son estos ángulos?

11. Dibuja dos ángulos rectos, dos agudos y dos obtusos.

1. Distancia de un punto a una recta.



¿Cuál es el camino más corto?

Laura quiere bañarse en el río.

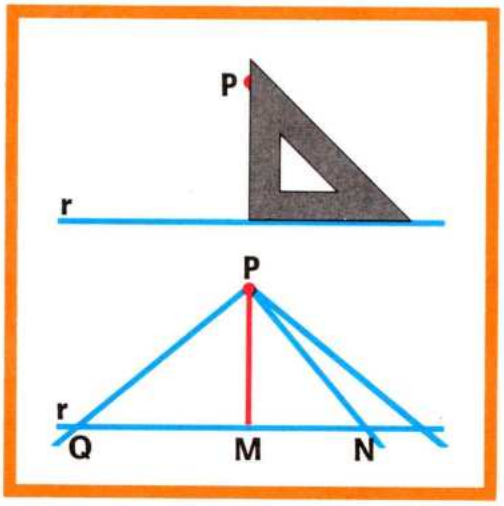
Desde el punto donde se encuentra puede tomar tres caminos: el **a**, el **b** y el **c**.

El camino **b** es **perpendicular** al río.

Los caminos **a** y **c** son **oblicuos** respecto del río.

Laura quiere tomar el camino más corto.

Si mides con una regla puedes comprobar que el camino más corto es el **b**.



Trazado de la perpendicular

Observa cómo hay que colocar la escuadra para trazar una perpendicular a la recta **r** que pase por el punto **P**.

Si se trazan también varias rectas oblicuas a la recta **r**, se puede comprobar que el segmento de perpendicular **PM** es menor que los segmentos de oblicuas **PQ** y **PN**.

$$PM < PQ \qquad PM < PN$$

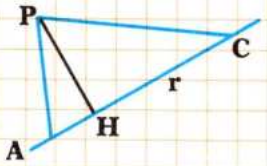
El segmento de perpendicular **PM** se llama **distancia** del punto **P** a la recta **r**.

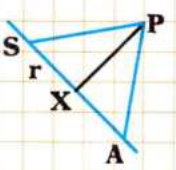
Se llama distancia de un punto a una recta al segmento de perpendicular comprendido entre el punto y la recta.

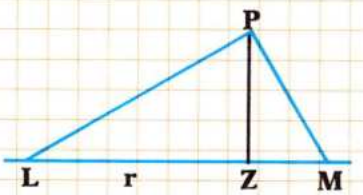
La distancia de un punto a una recta es menor que los segmentos de oblicua que unen el punto con la recta.

1. Indica en cada caso qué segmento representa la distancia del punto P a la recta r.

Puedes usar la escuadra.







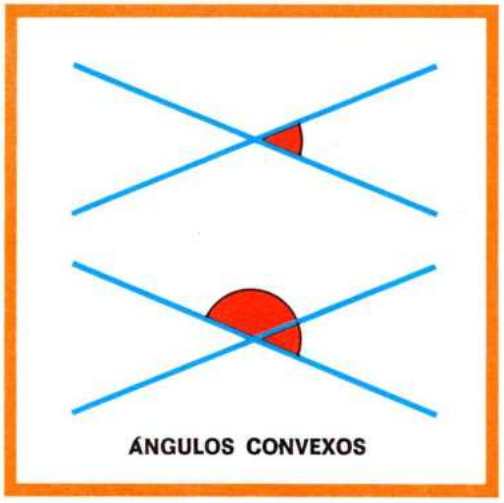
2. Contesta:

¿Qué segmento es menor, la distancia de un punto a una recta o los segmentos de oblicua que unen el punto con la recta? ¿Por qué?

3. Lee atentamente y efectúa:

Traza una recta y, desde un punto exterior, la distancia de dicho punto a la recta.

2. Clasificación de los ángulos por el número de regiones angulares que ocupan.



ÁNGULOS CONVEXOS

Ángulo convexo

Ángulo convexo es el ángulo que ocupa una o dos regiones angulares.

Un ángulo convexo que ocupa dos regiones angulares se llama también **ángulo llano.**

ÁNGULO CÓNCAVO

Ángulo cóncavo

Ángulo cóncavo es el ángulo que ocupa tres regiones angulares.

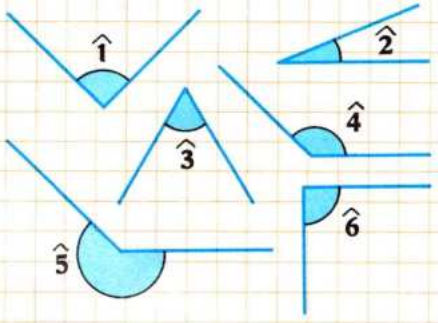
También se define como el ángulo que es mayor que un ángulo llano.

ÁNGULO COMPLETO

Ángulo completo

Ángulo completo es el ángulo que ocupa las cuatro regiones angulares.

1. Observa los ángulos pintados y completa la tabla con las palabras SÍ o NO:

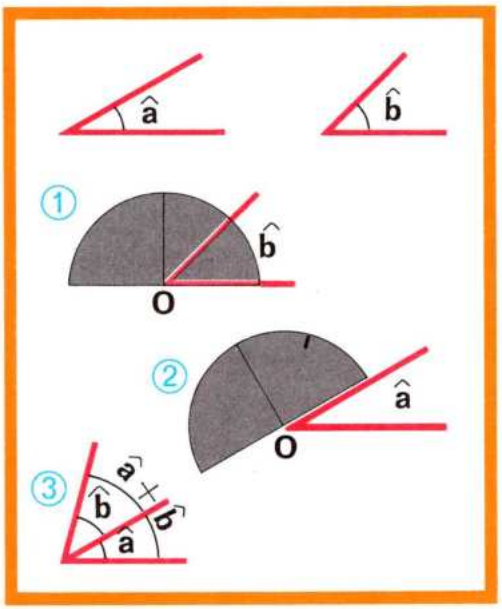


Ángulo	¿Es cóncavo?	¿Es convexo?	¿Es recto?	¿Es agudo?	¿Es obtuso?
$\hat{1}$					
$\hat{2}$					
$\hat{3}$					
$\hat{4}$					
$\hat{5}$					
$\hat{6}$					

2. Contesta a estas preguntas:

- ¿Cuántas regiones angulares ocupa un ángulo recto? ¿Y un ángulo agudo? ¿Y un ángulo obtuso?
- Los ángulos recto, agudo y obtuso, ¿cómo son, convexos o cóncavos? ¿Por qué?

3. Suma de ángulos. Ángulos opuestos por el vértice.



Suma de ángulos

Se desea sumar los ángulos **â** y **b̂**.

Para ello se utiliza un transportador de ángulos, como indica la figura.

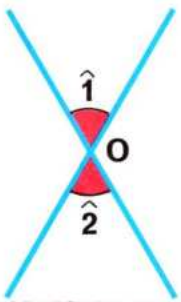
① Se coloca el transportador sobre el ángulo **b̂** y se hace una señal por donde pasa el otro lado.

② Se coloca el transportador sobre el ángulo **â** de modo que coincida el punto **O** del transportador con el vértice del ángulo **â**, como indica la figura.

La señal que hicimos en el transportador indica por dónde debe pasar el segundo lado del ángulo **b̂**.

③ Así los ángulos **â** y **b̂** quedan consecutivos.

Para sumar dos ángulos se lleva uno a continuación del otro, de forma que queden consecutivos.



ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VERTICE

Ángulos opuestos por el vértice

Observa los ángulos **1̂** y **2̂**. Estos ángulos tienen el mismo vértice y los lados son semirrectas opuestas.

Prolongando los lados del ángulo **1̂** por el punto **O** resultan los lados del ángulo **2̂**.

Los ángulos **1̂** y **2̂** se llaman **ángulos opuestos por el vértice.** Se puede comprobar que estos dos ángulos **1̂** y **2̂** son iguales.

Ángulos opuestos por el vértice son los que tienen el mismo vértice y sus lados son semirrectas opuestas. Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

1. Suma los ángulos â y b̂.

¿Qué ángulo resulta?

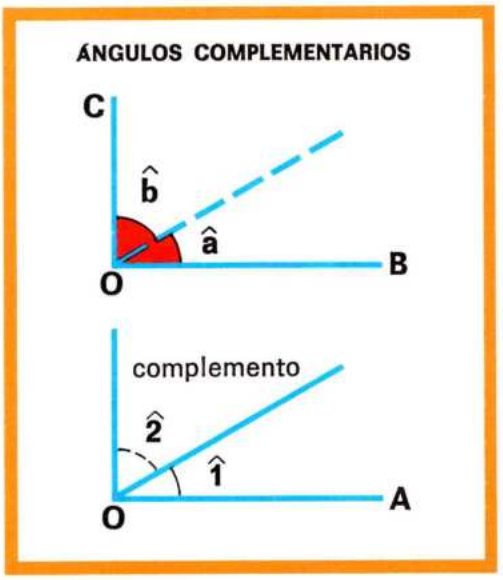
2. Dibuja dos rectas secantes.

Señala dos ángulos opuestos por el vértice.

3. Observa estos ángulos y contesta:

¿Son opuestos por el vértice los ángulos ĉ y d̂?

4. Ángulos complementarios y ángulos suplementarios.



Ángulos complementarios

Observa los ángulos $\hat{a}$ y $\hat{b}$.

La suma de los ángulos $\hat{a}$ y $\hat{b}$ da un ángulo recto:

$$\hat{a} + \hat{b} = 1 \text{ ángulo recto}$$

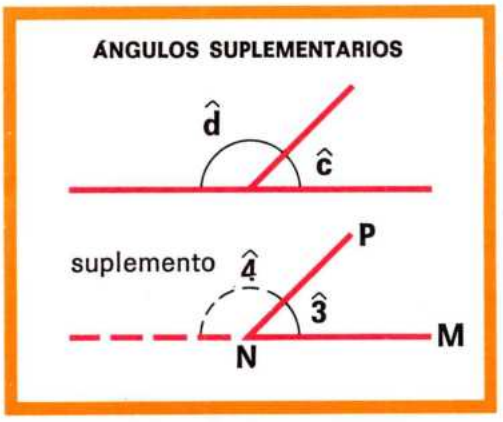
Por eso, los ángulos $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son **ángulos complementarios.**

Observa ahora el ángulo $\hat{1}$.

Trazando por **O** la perpendicular al lado **OA,** resulta el ángulo $\hat{2}$.

Los ángulos $\hat{1}$ y $\hat{2}$ son complementarios. Se dice que el ángulo $\hat{2}$ es el complemento del ángulo $\hat{1}$.

Ángulos complementarios son dos ángulos que suman un ángulo recto.
Complemento de un ángulo es lo que le falta para valer un ángulo recto.



Ángulos suplementarios

Observa ahora los ángulos $\hat{c}$ y $\hat{d}$.

Estos ángulos suman un ángulo llano:

$$\hat{c} + \hat{d} = 1 \text{ ángulo llano}$$

Se dice por eso que son **ángulos suplementarios.**

Ahora fíjate en el ángulo $\hat{3}$. Prolongando el lado **MN** se obtiene el ángulo $\hat{4}$.

Los ángulos $\hat{3}$ y $\hat{4}$ son suplementarios. Se dice que el $\hat{4}$ es suplemento del ángulo $\hat{3}$.

Ángulos suplementarios son dos ángulos que suman un ángulo llano.
Suplemento de un ángulo es lo que le falta para valer un ángulo llano.

1. Calca estos ángulos y traza el ángulo complementario de cada uno de ellos:

2. Calca estos ángulos y traza el ángulo suplementario de cada uno de ellos:

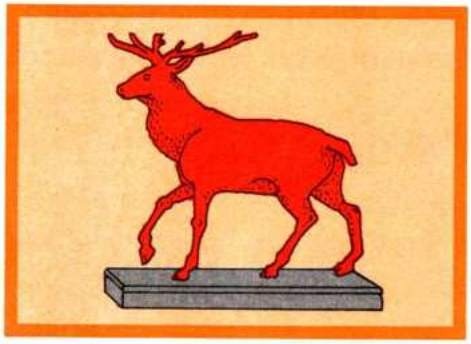
1. Medida.

Unidad de medida

Se quiere medir la longitud del segmento **AB**, la capacidad del frasco de medicina, la masa del tenedor y el tiempo que tarda el nadador en recorrer a lo largo la piscina.

Para medir longitudes, capacidades, masas, etc., lo primero que hay que hacer es elegir una **unidad** de la misma especie.

- El segmento **AB** se mide con una unidad de longitud.
- La capacidad del frasco, con una unidad de capacidad.
- La masa del tenedor, con una unidad de masa.
- El tiempo que tarda el nadador se mide con una unidad de tiempo.



Elección de una unidad adecuada

Sería absurdo que para medir la altura de esta estatua eligiéramos como unidad de medida el kilómetro.

El kilómetro es una unidad de longitud, pero demasiado grande, y por tanto inadecuada para medir la altura de una estatua. Podemos elegir otra unidad de longitud, el metro, que es más adecuada.

Observa y lee el cuadro siguiente.

Para medir	Unidad adecuada	Unidad inadecuada
La altura de la estatua.	El metro.	El kilómetro.
La capacidad del frasco.	El centilitro.	El kilolitro.
La masa del tenedor.	El gramo.	El kilogramo.
El tiempo que tarda el nadador.	El segundo.	La hora, el día.

Medir una cantidad es compararla con otra de la misma especie que se toma como unidad.

El número de veces que la unidad está contenida en la cantidad a medir es la medida.

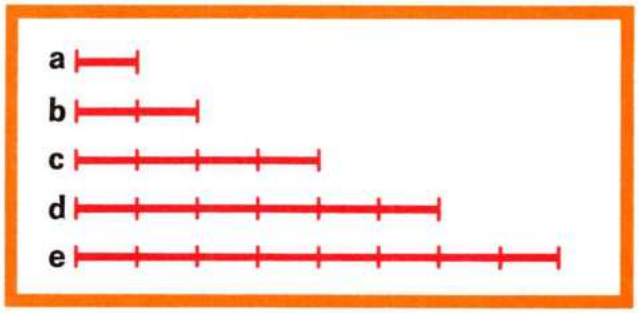
La unidad de medida debe ser adecuada a la cantidad que se mide.

1. Tacha las medidas que sean inadecuadas.

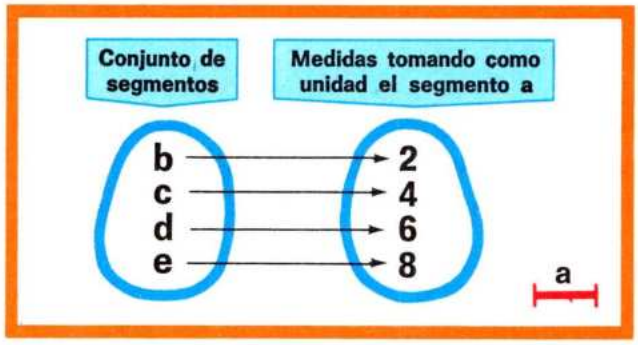
Antonio desea saber: la masa de un saco de patatas, la anchura de una calle y la capacidad de un tonel.

kilómetro	milímetro	gramo	kilogramo	metro	centímetro

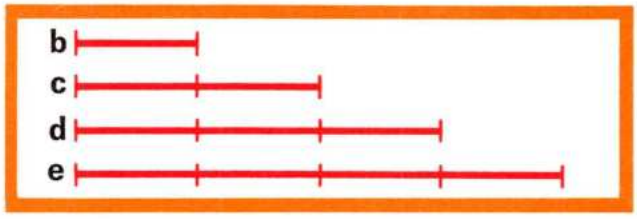
2. Medir longitudes.



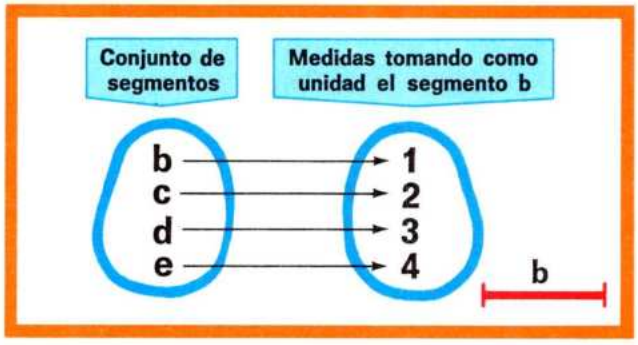
Observa los segmentos **a, b, c, d** y **e**, y toma como unidad el segmento **a**.



Si se toma como unidad el segmento **a**, se puede asociar a cada uno de los segmentos **b, c, d, e** un número que es su medida.



Ahora toma como unidad el segmento **b**.



Si se toma como unidad el segmento **b**, se obtiene esta correspondencia.

Observa que la medida de un segmento cambia cuando se cambia de unidad:

- el segmento **e** tiene como medida 8 si se toma el segmento **a** como unidad;
- el segmento **e** tiene como medida 4 si se toma el segmento **b** como unidad.

La medida de un segmento es un número.

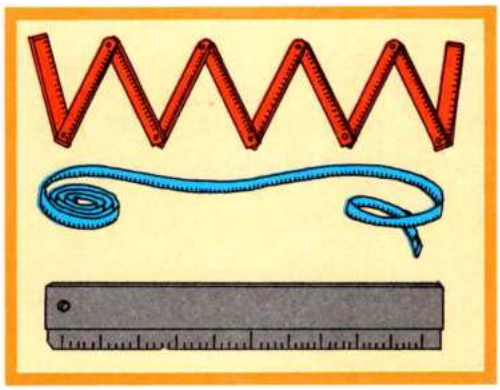
Al cambiar de unidad, también cambia la medida. Por eso al dar una medida se debe decir la unidad con la que se ha medido.

1. Utiliza el compás o la regla para comparar:

Con el segmento como unidad, averigua la medida de los segmentos **a, b, c, d** y **e** que se ven en el texto.

Segmento	Medida utilizando el segmento n como unidad
a	2
b	
c	
d	
e	

3. Unidades de longitud. I.



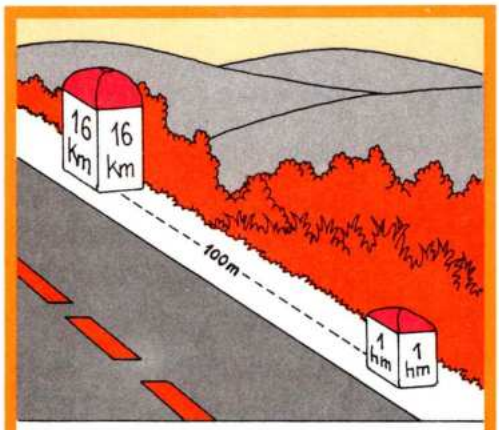
El metro

En el siglo XVIII la mayor parte de los países adoptaron un sistema de unidades que se conoce con el nombre de **«Sistema Métrico Decimal».**

Para medir longitudes se utiliza como unidad principal el metro.

Los tipos de metro que se utilizan en la vida práctica tienen todos la misma longitud que el **metro patrón.**

El metro patrón es la distancia que existe entre dos trazos grabados en una barra de platino e iridio a la temperatura de cero grados centígrados que se conserva en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París (Francia).



MÚLTIPLOS DEL METRO

1 dam = 10 m
1 hm = 100 m
1 km = 1.000 m
1 mam = 10.000 m

Múltiplos del metro

Para medir una línea eléctrica o la distancia entre dos ciudades, el metro es una unidad demasiado pequeña, y por tanto, inadecuada.

Por esta razón se utilizan los **múltiplos del metro,** que son unidades mayores que el metro.

Los múltiplos del metro son:

El decámetro (dam), que tiene 10 metros

1 dam = 10 m

El hectómetro (hm), que tiene 100 metros

1 hm = 100 m

El kilómetro (km), que tiene 1.000 metros

1 km = 1.000 m

El miriámetro (mam), que tiene 10.000 metros

1 mam = 10.000 m

1. Escribe los nombres de los múltiplos del metro. Escríbelos después en forma abreviada.

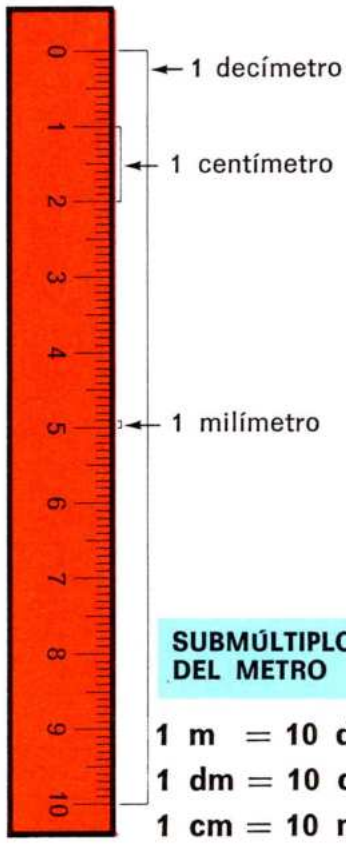
2. Mide con una cinta métrica el largo y el ancho de tu clase.

3. Resuelve el siguiente problema:
Debo andar 4 km. Si he andado 3.500 m, ¿cuántos metros me faltan?

4. Completa:

6 dam = ... m	4 hm = ... m	6 mam = ... m	5 km = ... m
8 dam = ... m	5 hm = ... m	8 mam = ... m	6 km = ... m
9 dam = ... m	12 hm = ... m	9 mam = ... m	18 km = ... m

4. Unidades de longitud. II.



SUBMÚLTIPLOS DEL METRO

1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm

Submúltiplos del metro

Para medir pequeñas longitudes, como la longitud de una tiza, la longitud de un alfiler, etc., el metro es una unidad demasiado grande; por eso conviene disponer de unidades de longitud menores que el metro. Estas unidades menores son los **submúltiplos del metro.**

El metro está dividido en 10 partes iguales.

Cada una de estas partes es 1 decímetro (dm).

1 metro = 10 decímetros → 1 m = 10 dm

Esta regla graduada mide 1 decímetro. Observa que está dividida en 10 partes iguales. Cada una de ellas es 1 centímetro (cm).

1 decímetro = 10 centímetros → 1 dm = 10 cm

También se ve en la regla graduada que cada centímetro está dividido en 10 partes iguales, que son los milímetros (mm).

1 centímetro = 10 milímetros → 1 cm = 10 mm

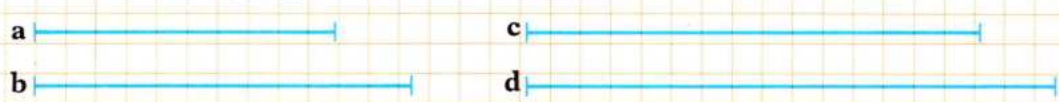
En la regla graduada se ve que:

1 cm = 10 mm
1 dm = 10 cm = 100 mm

1 metro = 10 decímetros = 100 centímetros = 1.000 milímetros.

1. Lee y resuelve:

- Escribe los nombres de los submúltiplos del metro. Escríbelos después en forma abreviada.
- Mide con una regla graduada los segmentos **a, b, c** y **d**:



- Traza tres segmentos que midan 6 cm, 8 cm y 9 cm, respectivamente.
- Un niño mide 1 m, 4 dm y 6 cm de alto. Expresa su altura en centímetros.

2. Completa:

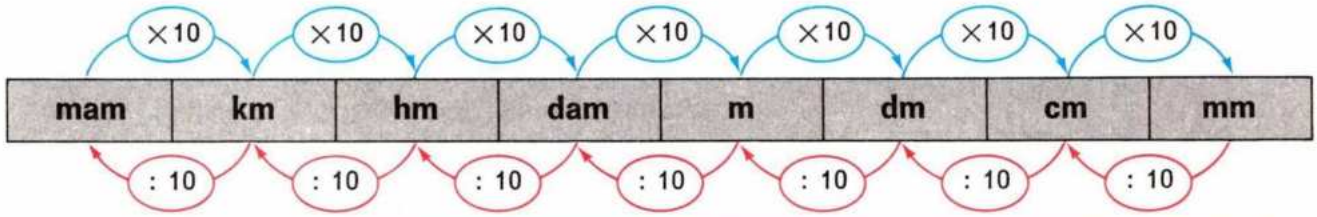
5 m = ... dm	5 m = ... cm	5 m = ... mm	3 dm = ... cm
6 m = ... dm	6 m = ... cm	6 m = ... mm	5 dm = ... cm
8 m = ... dm	8 m = ... cm	8 m = ... mm	8 dm = ... cm
9 m = ... dm	9 m = ... cm	9 m = ... mm	12 dm = ... cm

5. Relaciones entre las unidades de longitud.

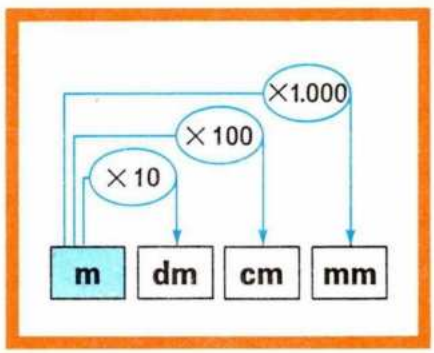
Las unidades de longitud, colocadas ordenadamente de mayor a menor, son:

mam → km → hm → dam → m → dm → cm → mm

Entre las unidades de longitud existe una **relación decimal,** es decir, que 10 unidades de un orden cualquiera forman 1 unidad del orden inmediato superior.

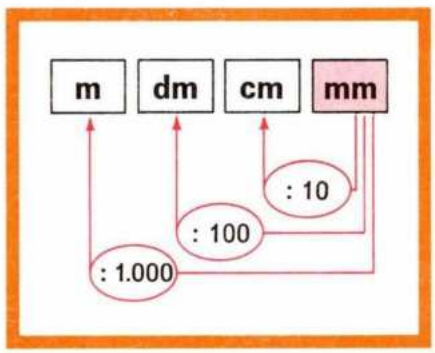


Cada unidad de longitud es 10 veces mayor que la inmediata inferior y 10 veces menor que la inmediata superior.



Observa este primer esquema. En él se ve que para pasar de una unidad a otra inferior:

- **Se multiplica por 10** si la unidad inferior está un lugar a la derecha.
- **Se multiplica por 100** si la unidad inferior está dos lugares a la derecha.
- **Se multiplica por 1.000** si la unidad inferior está tres lugares a la derecha.



En este segundo esquema se observa que para pasar de una unidad a otra superior:

- **Se divide por 10** si la unidad superior está un lugar a la izquierda.
- **Se divide por 100** si la unidad superior está dos lugares a la izquierda.
- **Se divide por 1.000** si la unidad superior está tres lugares a la izquierda.

1. Completa:

- Para pasar de km a dam hay que multiplicar por ...
- Para pasar de hm a m hay que multiplicar por ...
- Para pasar de m a cm hay que multiplicar por ...

2. Completa:

1 dam = 6 m + ... m 1 km = 200 m + ... m

1 hm = 3 dam + ... dam

3. Reduce a metros:

16 dam	15 km	12 mam
13 hm	1.800 dm	1.800 cm

Cálculo mental, cálculo rápido

1. ¿Cuántos metros tienen?

- 5 kilómetros
- 6 hectómetros
- 8 decámetros
- 50 decímetros
- 500 decímetros
- 500 centímetros
- 6 miriámetros
- 34 kilómetros
- 27 hectómetros

Ejercicios y problemas

1. ¿Cuántos decímetros son 2 decámetros y 3 metros?

2. Completa:

- Para pasar de hm a dm hay que multiplicar por ...
- Para pasar de dam a cm hay que multiplicar por ...
- Para pasar de m a mm hay que multiplicar por ...

3. Escribe los metros que hay en 25 km, 15 dam, 5.300 cm, 43 dam, 160 km, 50 dm, 16 hm.

4. Una cinta que mide 720 cm se corta en tres trozos. Uno mide 15 dm y otro 240 cm.

¿Cuánto mide el otro trozo?

5. Luis mide 1 m, 5 dm y 9 cm, y Pedro mide 1 m, 8 dm, 3 cm.

¿Cuántos centímetros mide Pedro más que Luis?

6. ¿Qué unidad es 10 veces menor que el metro?

¿Y 100 veces menor que el metro?

7. ¿Cuántos metros son 20 dm? ¿Y 500 cm?

¿Y 7.000 mm?

8. El pico más alto de España es el Teide, con 3.718 m, y el pico más alto del mundo es el Everest, con 8.880 m.

¿Cuál es la diferencia en dm?

9. El sonido recorre en el aire 340 metros por segundo.

¿Cuántos kilómetros recorre en 50 segundos?

10. ¿Cuántos milímetros tiene 1 mam?

¿Y 6 mam?

11. Una cuerda mide 5 dam y 4 m.

¿Cuántos trozos de 9 metros se pueden formar con ella?

12. Luis midió la altura de la puerta de la clase y obtuvo 2 metros. La medida de Antonio fue 20, y la de Juan 200.

¿Qué unidad empleó Antonio? ¿Y Juan?

13. La distancia de un pueblo A a otro B es 4 km y 6 hm. Una persona que va de A hacia B lleva recorridos 3.256 metros.

¿Cuántos metros le faltan para llegar al pueblo B?

14. Un trozo de alambre mide 2 dam y 6 m y otro mide 1 dam y 9 m.

¿Cuántos metros mide el primero más que el segundo?

15. A la salida de un viaje el cuentakilómetros de un coche marcaba 54.328 km, y al final marca 55.628 km.

¿Cuántos hectómetros ha recorrido el coche en este viaje?

16. Une los cuadros cuya suma sea 2 cm:

17 mm	19 mm	8 mm
12 mm	1 mm	3 mm
15 mm	13 mm	16 mm
7 mm	5 mm	4 mm

1. Unidades de capacidad. I.

Medir capacidades

Laura y Javier están llenando cada uno un cazo.

Los dos cazos son iguales y tienen la misma capacidad.

Laura llena de agua su cazo con 6 vasos.

Javier llena el suyo con 2 jarras.

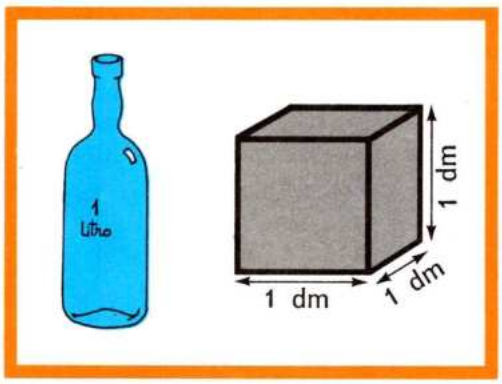
Para Laura la capacidad del cazo es 6 vasos.

Para Javier la capacidad del cazo es 2 jarras.

Laura ha utilizado como unidad de medida el vaso y Javier ha utilizado la jarra.

Por eso las medidas que han obtenido son diferentes.

Al cambiar de unidad, cambia la medida.



El litro

En el Sistema Internacional de Medidas se usa como unidad principal de capacidad el **litro (l)**.

Muchos líquidos como leche, zumos, gaseosas, se venden en recipientes de 1 litro.

Observa el cubo de la figura. Este cubo tiene 1 decímetro de arista.

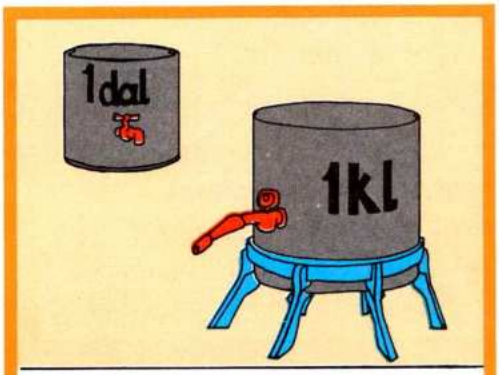
Su capacidad es de 1 litro.

Un litro es la capacidad de un cubo de 1 decímetro de arista.
El litro es la unidad principal de las medidas de capacidad.

1. Contesta a estas preguntas:

- ¿Cuántos vasos de los utilizados por Laura caben en la jarra utilizada por Javier?
- ¿Cuál es la medida de la jarra si se toma el vaso como unidad?
- Javier ha llenado de agua un recipiente con 12 jarras llenas. ¿Cuántos vasos de los que usa Laura son necesarios para llenar el recipiente?
- La capacidad de un recipiente es 4. ¿Qué falta para que la medida esté bien dada?
- Luis ha llenado de agua un recipiente vaciando en él 6 botellas de medio litro. ¿Cuál es la capacidad del recipiente?
- Nos dicen que la capacidad de un depósito es 12. ¿Está incompleta la medida? ¿Qué falta?

2. Unidades de capacidad. II.



MÚLTIPLOS DEL LITRO

1 dal = 10 l
1 hl = 100 l
1 kl = 1.000 l
1 mal = 10.000 l

Múltiplos del litro

El litro es una unidad demasiado pequeña para medir la capacidad de grandes recipientes, como cisternas, piscinas, etc.

En estos casos se utilizan unidades de mayor capacidad que el litro. Estas unidades son los **múltiplos del litro.**

- El decalitro (dal), que tiene 10 litros
  1 dal = 10 l
- El hectolitro (hl), que tiene 100 litros
  1 hl = 100 l
- El kilolitro (kl), que tiene 1.000 litros
  1 kl = 1.000 l
- El mirialitro (mal), que tiene 10.000 litros
  1 mal = 10.000 l

SUBMÚLTIPLOS DEL LITRO

1 l = 10 dl
1 dl = 10 cl
1 cl = 10 ml

Submúltiplos del litro

Cuando se trata de medir la capacidad de pequeños recipientes, como frascos, ampollas, cucharas, etc., conviene disponer de unidades de capacidad menores que el litro. Estas unidades son los **submúltiplos del litro.**

Si un litro se divide en 10 partes iguales, cada parte es un decilitro (dl).

1 litro = 10 decilitros → 1 l = 10 dl

La unidad que resulta al dividir en 10 partes iguales el decilitro es el centilitro (cl).

1 decilitro = 10 centilitros → 1 dl = 10 cl

Del mismo modo, al dividir en 10 partes iguales el centilitro resulta el mililitro (ml).

1 centilitro = 10 ml

1 litro = 10 decilitros = 100 centilitros = 1.000 mililitros.

1. Completa con las abreviaturas kl, l o cl:

- El frasco contiene 300 ... de jarabe.
- La olla contiene 2 ... de agua.
- Los 4 niños se bebieron 3 ... de zumo.
- El accidentado perdió 500 ... de sangre.
- El agricultor consumió 12 ... de agua para regar su huerta.

2. Escribe el nombre de los múltiplos y submúltiplos del litro.

3. ¿Qué unidad emplearías?

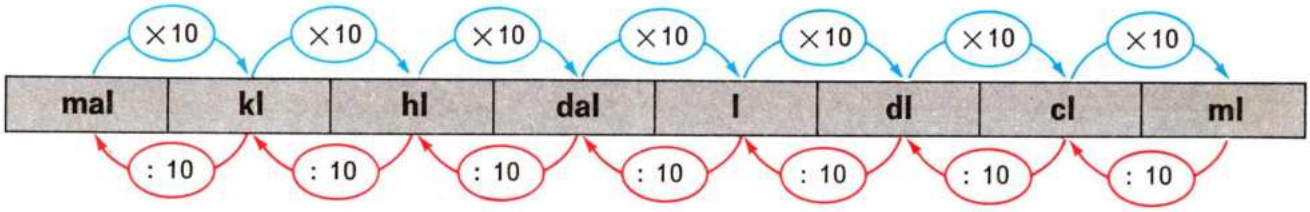
a) Para medir el caudal del Ebro.
b) Para medir el aceite que hay en una sartén.
c) Para medir el agua de un lago.

3. Relaciones entre las unidades de capacidad.

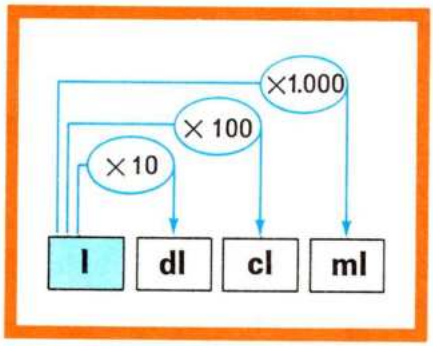
Éstas son las unidades de capacidad, colocadas ordenadamente de mayor a menor:

mal → kl → hl → dal → l → dl → cl → ml

Entre estas unidades, como ocurre con las unidades de longitud, existe una relación **decimal,** que se puede ver en el siguiente esquema:

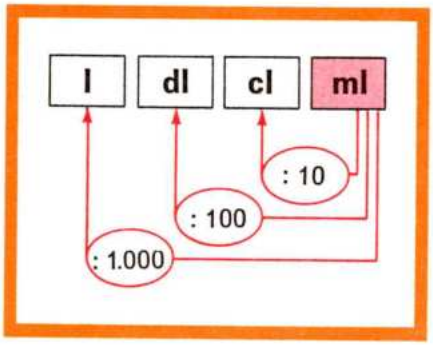


Cada unidad de capacidad es 10 veces mayor que la inmediata inferior y 10 veces menor que la inmediata superior.



Observa este primer esquema. En él se ve que para pasar de una unidad a otra inferior:

- **Se multiplica por 10** si la unidad inferior está un lugar a la derecha.
- **Se multiplica por 100** si la unidad inferior está dos lugares a la derecha.
- **Se multiplica por 1.000** si la unidad inferior está tres lugares a la derecha, etc.



En el segundo esquema se observa que para pasar de una unidad a otra superior:

- **Se divide por 10** si la unidad superior está un lugar a la izquierda.
- **Se divide por 100** si la unidad superior está dos lugares a la izquierda.
- **Se divide por 1.000** si la unidad superior está tres lugares a la izquierda.

1. Completa:

- Para pasar de kl a dal hay que multiplicar por ...
- Para pasar de hl a l hay que multiplicar por ...
- Para pasar de l a cl hay que multiplicar por ...
- Para pasar de dal a cl hay que multiplicar por ...

2. Reduce a litros cada una de estas cantidades:

28 dal 34 hl 12 kl 1.900 dl
3.200 cl 4.000 ml 7 mal

3. Completa:

3 kl = ... l 7 dal = ... cl
7 hl = ... dal 3 mal = ... l
7 dal = ... l 3 mal = ... dal

Actividades

1. Completa:

Escribe el número y la unidad:

5 kl $\xrightarrow{\times 1.000}$ ...
6 hl $\xrightarrow{\times 100}$ ...
3 kl $\xrightarrow{\times 10}$ ...
3 kl $\xrightarrow{\times 100}$ ...

3 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ...
4 dal $\xrightarrow{\times 100}$ ...
6 dal $\xrightarrow{\times 100}$ ...
5 l $\xrightarrow{\times 1.000}$ ...

2. Resuelve:

¿Cuántos mililitros tienen 3 dal? ¿Y 4 l? ¿Y 7 dl?

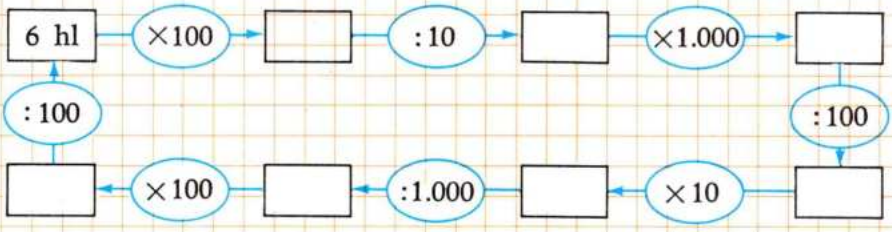
3. Reduce a litros:

34 hl 250 dl 600 cl 6.000 ml 8 kl

4. Completa:

6 hl = ... l	5 dal = ... l	80 l = ... dl
6 hl = ... dl	5 dal = ... dl	8 l = ... dl
6 hl = ... cl	5 dal = ... cl	8 l = ... cl
6 hl = ... ml	5 dal = ... ml	8 l = ... ml

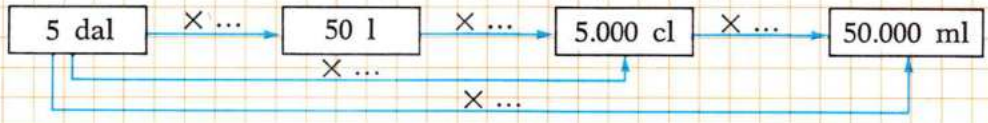
5. Completa:



6. Reduce a centilitros:

7 l 24 l 60 l 48 l

7. Escribe sobre cada flecha el número por el que hay que multiplicar.



8. Resuelve:

La capacidad de una botella es 2 l. ¿Caben en ella 1.840 cl de agua?

9. Resuelve:

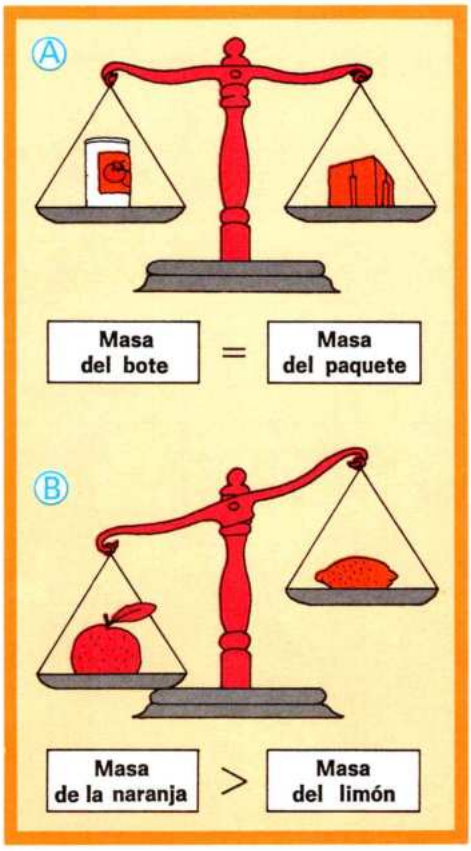
En un depósito hay 6.000 litros de agua. Se han sacado: el primer día, 15 hl; el segundo, 70 dal; el tercero, 180.000 cl.
¿Cuántos litros de agua quedan en el depósito?

10. Resuelve estos problemas:

a) Una piscina tiene una capacidad de 36 kl, 3 hl y 8 dal.
¿Cuántos litros de agua caben en la piscina?

b) ¿Cuántos centilitros tienen 2 litros? ¿Y medio litro? ¿Y un cuarto de litro?

4. Unidades de masa. I.



Comparación de masas

Observa estas dos balanzas.

- En la balanza Ⓐ los dos platillos quedan al mismo nivel. Esto significa que la balanza está en equilibrio y que los cuerpos que hay en cada platillo tienen la misma masa.
- En la balanza Ⓑ los dos platillos están a distinto nivel. El objeto colocado en el platillo que está más bajo tiene más masa que el objeto colocado en el otro platillo.

La balanza permite averiguar si dos cuerpos tienen o no la misma masa.

Medir masas o pesar cuerpos

Hay varios tipos de balanzas. En algunas se utilizan unas piezas de hierro llamadas **pesas.**

Las pesas se colocan en un platillo y en el otro se coloca el objeto que queremos pesar.

La operación de medir la masa de un cuerpo se llama **pesar** el cuerpo.

El kilogramo

Observa que en esta balanza hay en un platillo 1 litro de agua pura.

La masa de un litro de agua pura es 1 kilogramo **(kg).**

El kilogramo es la unidad principal de masa en el Sistema Internacional de Medidas.

Otra unidad importante de masa es el **gramo (g).**

La masa de un litro de agua pura es 1.000 gramos.

1 kilogramo = 1.000 gramos ⟶ 1 kg = 1.000 g.

El kilogramo patrón es un cilindro de platino e iridio que está depositado en la Oficina de Pesas y Medidas de París (Francia).

1. Resuelve este problema:

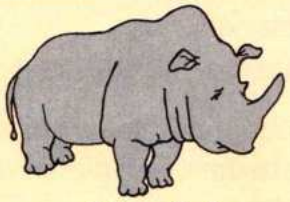
En un platillo de una balanza hay un paquete de arroz. Para equilibrar la balanza se han utilizado 3 pesas de 200 gramos.

¿Cuánto pesa el paquete?

2. Completa:

2 kg = ... g	16 kg = ... g
3 kg = ... g	25 kg = ... g
5 kg = ... g	70 kg = ... g
8 kg = ... g	80 kg = ... g

5. Unidades de masa. II.



1 tonelada

MÚLTIPLOS DEL KILOGRAMO

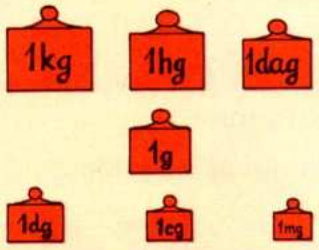
1 mag = 10 kg
1 q = 100 kg
1 t = 1.000 kg

Múltiplos del kilogramo

El kilogramo es una unidad pequeña cuando se trata de medir grandes masas, como la masa de un bloque de mármol, la masa de un camión, etc.

En estos casos se utilizan los siguientes **múltiplos del kilogramo:**

- El miriagramo (mag), que tiene 10 kilogramos
  1 mag = 10 kg
- El quintal métrico (q), que tiene 100 kg
  1 q = 100 kg
- La tonelada métrica, que tiene 1.000 kg
  1 t = 1.000 kg



SUBMÚLTIPLOS DEL KILOGRAMO

1 hg = 100 g
1 dag = 10 g
1 g = 10 dg
1 g = 100 cg
1 g = 1.000 mg

Submúltiplos del kilogramo

Para masas pequeñas, como un azucarillo, una pastilla, etc., se necesitan unidades menores que el kilogramo. Estas unidades están relacionadas con el gramo del modo siguiente:

- El hectogramo (hg), que tiene 100 gramos
  1 hg = 100 g
- El decagramo (dag), que tiene 10 gramos
  1 dag = 10 g

Por otra parte, el decigramo (dg), el centigramo (cg) y el miligramo (mg) son unidades menores que el gramo:

1 gramo
- 10 decigramos → **1 g = 10 dg**
- 100 centigramos → **1 g = 100 cg**
- 1.000 miligramos → **1 g = 1.000 mg**

1. Completa:

1 t = ... kg	3 kg = ... g	2 g = ... dg	8 g = ... g
3 q = ... kg	5 hg = ... g	5 g = ... dg	6 g = ... mg
4 t = ... kg	6 dag = ... g	12 g = ... dg	9 g = ... mg

2. De las siguientes medidas de masa, capacidad y longitud, elige la que estimes más acertada:

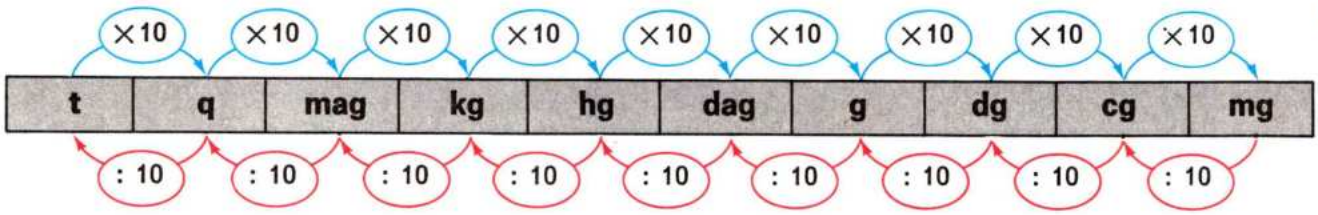
	Medidas propuestas				Estimación
Masa de una paloma	20 g	500 g	3 kg	2.000 dag	
Masa de una aspirina	1 kg	1 hg	5 mg	1 t	
Capacidad de un plato	250 cl	2 kl	6 l	8 dal	
Altura de un elefante	5 dam	600 cm	2 m	80 cm	
Altura de un perro	5 cm	1 dm	60 cm	2 cm	

6. Relaciones entre las unidades de masa.

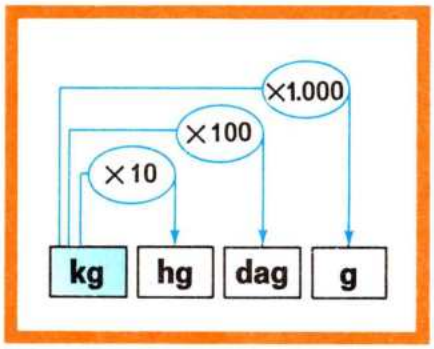
Observa las unidades de masa, colocadas ordenadamente de mayor a menor:

t → q → mag → kg → hg → dag → g → dg → cg → mg

Entre estas unidades, como ocurre con las unidades de longitud y capacidad, existe una relación **decimal**, que se puede ver en el siguiente esquema.

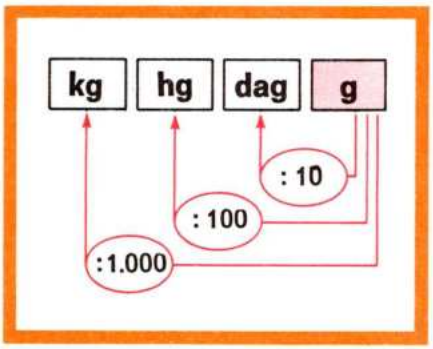


Cada unidad de masa es 10 veces mayor que la inmediata inferior y 10 veces menor que la inmediata superior.



Observa este primer esquema. En él se ve que para pasar de una unidad a otra inferior:

- **Se multiplica por 10** si la unidad inferior está un lugar a la derecha.
- **Se multiplica por 100** si la unidad inferior está dos lugares a la derecha.
- **Se multiplica por 1.000** si la unidad inferior está tres lugares a la derecha.



En el segundo esquema se observa que para pasar de una unidad a otra superior:

- **Se divide por 10** si la unidad superior está un lugar a la izquierda.
- **Se divide por 100** si la unidad superior está dos lugares a la izquierda.
- **Se divide por 1.000** si la unidad superior está tres lugares a la izquierda.

1. Completa:

- Para pasar de t a dag hay que multiplicar por ...
- Para pasar de kg a dag hay que multiplicar por ...
- Para pasar de hg a dg hay que multiplicar por ...
- Para pasar de dag a cg hay que multiplicar por ...

2. Completa:

5 t = ... mag
5 t = ... kg
5 t = ... hg
6 q = ... mag
6 q = ... kg
8 mag = ... kg
8 mag = ... g

30.000 g $\xrightarrow{: 10}$ ...
30.000 g $\xrightarrow{: 100}$ ...
30.000 g $\xrightarrow{: 1.000}$ ...
6 kg $\xrightarrow{\times 10}$ ...
6 kg $\xrightarrow{\times 100}$ ...

Cálculo mental, cálculo rápido

1. ¿Cuántos litros hay en

- 6 kl?
- 8 hl?
- 9 dal?
- 60 dl?
- 600 cl?
- 6.000 ml?

2. ¿Cuántos kilogramos hay en

- 2 t?
- 6 q?
- 6 mag?
- 3.000 g?
- 60 hg?
- 600 dag?

Ejercicios y problemas

1. ¿Cuántos centilitros hay en 6 kl, 7 dl, 8 dal, 25 l, 75 dl, 8.400 ml?

2. Expresa primero en litros y después en decilitros:

48 kl 6 hl 54 dal 78 l 4.900 cl

3. Expresa primero en gramos y después en decigramos:

4 kg 6 hg 8 dag 5.600 cg 8.000 mg

4. Une las medidas cuya suma sea 1 kl:

600 l	**3 hl**	**10 dal**
7 hl	**400 l**	**90 dal**

5. Un grifo arroja 80 litros por minuto y llena un depósito en 32 minutos.

¿Qué capacidad tiene el depósito?

6. Con una botella de medio litro, ¿cuántas cucharas de 5 cl se pueden llenar?

7. En un cántaro caben 14 l y 6 dl de agua, y en otro caben 158 dl.

¿Cuántos centilitros de capacidad tiene uno más que el otro?

8. ¿Qué unidad es 10 veces mayor que el decalitro? ¿Y 100 veces mayor que el decalitro?

9. ¿Cuántos litros son 30 dl? ¿Y 6.000 cl? ¿Y 8.000 ml?

10. Expresa primero en kilogramos y después en gramos:

3 t 6 q 13 mag 180 hg 1.600 dag

11. En un almacén hay 160 sacos de arroz de 45 kg cada uno y 80 sacos de 30 kg cada uno.

¿Cuántos quintales métricos de arroz hay en el almacén?

12. Reduce a gramos cada una de las siguientes medidas:

34 t 25 q 72 mag 134 dag
7.000 dg 7.000 cg 84 kg

13. De un pozo se han sacado 4 depósitos de agua de 7 kl y 8 hl cada uno. Sabiendo que el peso de un litro de agua es 1 kg, ¿cuántos kilogramos de agua se han sacado?

14. Con una botella de 1 litro, ¿cuántos vasos se pueden llenar si cada vaso tiene:

a) 20 cl? b) 50 cl? c) 100 cl?

15. La capacidad de una piscina es 36.000 litros.

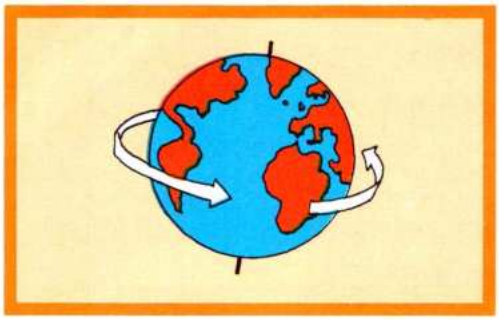
¿Cuánto cuesta llenarla a 16 pesetas. el kilolitro?

16. Con 5 botellas de 1 litro y 6 de medio litro, ¿cuántos vasos de 20 cl se pueden llenar?

17. En una cuba hay 3.000 litros de vino.

¿Cuántas garrafas de 2 dal se pueden llenar?

1. Unidades de tiempo. I.



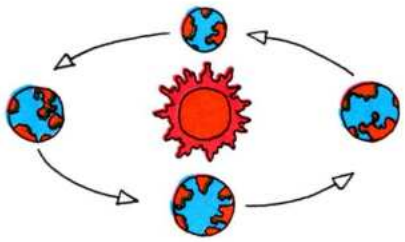
El día

En la antigüedad, el movimiento de los astros servía al hombre para tener una medida aproximada del tiempo.

Una unidad de tiempo, **el día,** está relacionada con el movimiento de rotación de la Tierra alrededor de su eje.

El día es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor de su eje.

1 semana = 7 días
1 trimestre = 3 meses
1 semestre = 6 meses
1 año = 12 meses
1 lustro = 5 años
1 década = 10 años
1 siglo = 100 años
1 milenio = 1.000 años



Unidades de tiempo mayores que el día

Unidades de tiempo mayores que el día son las siguientes:

- La **semana,** que tiene 7 días.
- El **mes,** que tiene 30 ó 31 días, excepto febrero, que tiene 28 ó 29.
- El **trimestre,** que tiene 3 meses.
- El **semestre,** que tiene 6 meses.
- El **año,** que tiene 12 meses.
- El **lustro,** que tiene 5 años.
- La **década,** que tiene 10 años.
- El **siglo,** que tiene 100 años.
- El **milenio,** que tiene 1.000 años.

Un año es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta alrededor del Sol.

El año dura 365 días y cuarto. Por eso cada cuatro años hay un año de 366 días, que se llama **bisiesto.** Ese año el mes de febrero tiene 29 días.

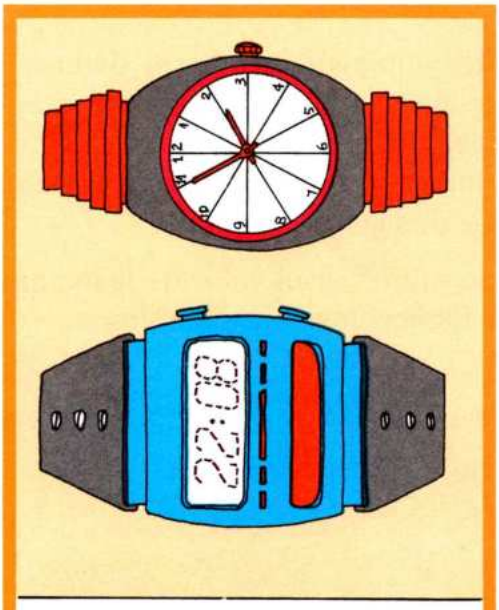
1. Resuelve estos problemas:

- En 3.000 años, ¿cuántos lustros hay? ¿Cuántas décadas? ¿Cuántos siglos?
- Los árabes estuvieron en España desde el año 711 hasta el año 1492? ¿Cuántos años estuvieron los árabes en España?
- El año 1980 fue bisiesto. Si cada cuatro años hay uno bisiesto, averigua los años bisiestos que hay hasta el año 1999.

2. Calcula:

- ¿Cuántos días tienen 5 años? ¿Y 7 años?
- ¿Cuántos días tiene un siglo?
- ¿Cuántos meses tiene un milenio?
- ¿Cuántos lustros son un siglo?
- ¿Cuántos meses tiene una década?
- ¿Cuántos trimestres tiene un siglo?

2. Unidades de tiempo. II.



1 día = 24 horas
1 hora = 60 minutos
1 minuto = 60 segundos

Unidades de tiempo menores que el día

Hoy todos medimos el tiempo con el reloj.

Hay relojes que tienen dos agujas o manecillas.

La manecilla más corta marca las horas.
Es el **horario.**

La manecilla más larga marca los minutos.
Es el **minutero.**

En un día el horario recorre dos veces la esfera del reloj. Como cada vuelta son 12 horas, el día tiene 24 horas.

Cada hora se divide en 60 espacios de tiempo más pequeños que se llaman **minutos:**

1 hora = 60 minutos

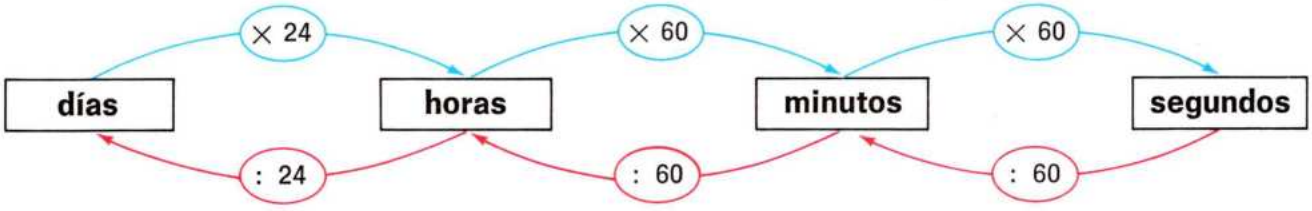
En algunos relojes los minutos se marcan mediante unos puntitos o rayas sobre la esfera del reloj.

El minuto se divide en 60 espacios de tiempo más pequeños que se llaman **segundos:**

1 minuto = 60 segundos

El día, la hora, el minuto y el segundo son unidades de tiempo.

Las relaciones que hay entre días, horas, minutos y segundos no son decimales y se pueden observar en el siguiente esquema.



1. Completa:

Horas		Minutos
5	× 60 →	.....
6	× 60 →	.....
7	× 60 →	.....

Minutos		Segundos
4	× 60 →	.....
9	× 60 →	.....
13	× 60 →	.....

Segundos		Minutos
300	: 60 →	.....
420	: 60 →	.....
1.020	: 60 →	.....

2. Resuelve estos problemas:

- Halla el número de segundos que hay en 5 horas; 148 minutos; 4 días.
- Son las 6 de la tarde. ¿Cuántos minutos han pasado desde las 2 y cuarto de la tarde?

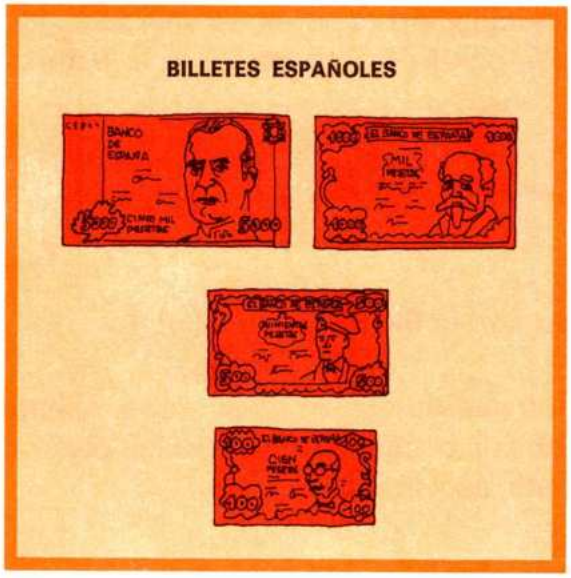
3. Unidades monetarias.

Antiguamente, antes de existir el dinero, los hombres intercambiaban los productos que tenían por otros que necesitaban. Con la aparición de la **moneda,** el trueque o cambio fue desapareciendo.

La moneda permite fijar el valor de las cosas y hace más fáciles los intercambios comerciales.

En España la unidad monetaria es la **peseta.**

La moneda de 5 pesetas se llama también **duro.**



Además de las monedas metálicas existen monedas de papel o billetes que se manejan mejor que las monedas metálicas.

En España hay billetes de 100, 500, 1.000 y 5.000 pesetas.

Aunque la relación entre las distintas monedas no es decimal, es fácil pasar de unas monedas a otras mediante multiplicaciones o divisiones.

1. Completa:

- Para pasar de pesetas a duros se divide por ...
- Para pasar de pesetas a monedas de 25 pesetas se divide por ...
- Para pasar de pesetas a billetes de 100 pesetas se divide por ...

2. Resuelve estos problemas:

- En un Banco he cobrado 6.000 pesetas en billetes de 100 pesetas. ¿Cuántos billetes me dieron?
- En la Caja de Ahorros he cobrado 8.000 pesetas en billetes de 500 pesetas. ¿Cuántos billetes me dieron?
- Laura ha cobrado una quiniela premiada con 250.000 pesetas en billetes de 5.000 pesetas. ¿Cuántos billetes le dieron?

Cálculo mental, cálculo rápido

1. ¿Cuántas horas tienen 2 días? ¿Y 3 días?

2. ¿Cuántos minutos tienen 2 horas? ¿Y 3 horas? ¿Y 4 horas?

3. ¿Cuántos segundos son 3 minutos? ¿Y 5 minutos? ¿Y 10 minutos?

4. ¿Cuántos años son 3 lustros? ¿Y 5 décadas? ¿Y 6 siglos?

Ejercicios y problemas

1. Reduce a segundos:

3 años	2 meses	5 días
4 minutos	30 segundos	3 horas

2. ¿Cuántos días son 312 horas?
¿Y 3.600 horas?

3. ¿Cuántas horas tiene un año bisiesto?

4. ¿Cuántos días hay en 10.080 minutos?

5. Son las 8 y media.
¿Qué hora será dentro de:
   a) media hora;
   b) 1 hora;
   c) 2 horas y media.

6. ¿Cuántas semanas tiene 1 año?

7. ¿Cuántos días son 912 horas?
¿Y 1.848 horas?

8. ¿Cuántos días son 2.160.000 segundos?
¿Y 518.400 segundos?

9. ¿Cuántas monedas de 50 pesetas me darán por 13.000 pesetas?

10. ¿Cuántas monedas de 25 pesetas me darán por 12.000 pesetas?

11. ¿Cuántos billetes de 500 pesetas me darán por 5.000 pesetas?

12. ¿Cuántos billetes de 5.000 pesetas me darán por 100.000 pesetas?

13. Un señor cobra en un Banco 300.000 pesetas. La mitad del dinero lo cobra en billetes de 5.000 pesetas, y el resto en billetes de 1.000.
¿Cuántos billetes de cada clase recibe?

14. ¿Cómo se pueden reunir 18.000 pesetas con el menor número de billetes posible?

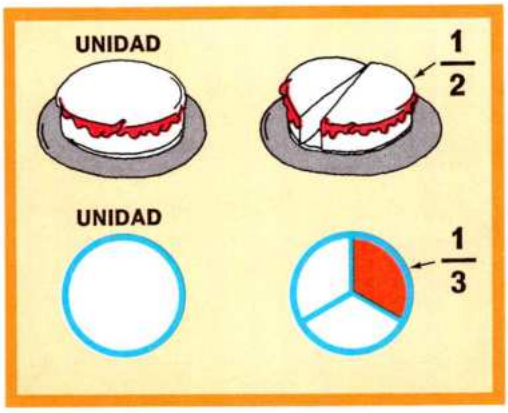
15. Un señor hace compras por valor de 27.500 pesetas. Sólo lleva billetes de 5.000 pesetas.
¿Cuántos billetes debe dar para que le cobren y cuánto le devuelven?

16. Luis compra una bicicleta por 6.000 pesetas. Pagó sólo con monedas de 50 pesetas, que tenía en su hucha.
¿Cuántas monedas pagó?

17. En unos grandes almacenes dan por cada 500 pesetas de compra un boleto con un número para participar en una rifa.
¿Cuántos boletos corresponden a una compra de 8.500 pesetas?

18. Eva tiene 4 billetes de 100 pesetas, 1 moneda de 50 pesetas, 1 moneda de 25 y otra moneda de 5 pesetas. Se gasta la tercera parte de lo que tiene.
¿Cuántas pesetas se gastó?
¿Cuánto le queda?

1. Unidades fraccionarias o fracciones de numerador 1.

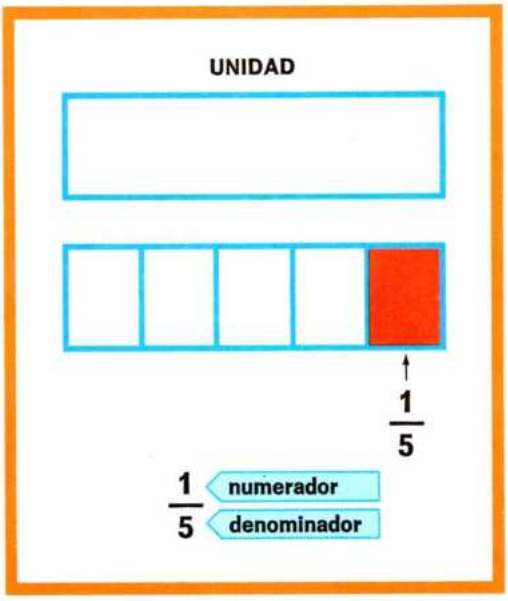


Observa que el pastel está dividido en **dos** partes iguales. Cada parte es **una mitad** o **un medio** de pastel.

Un medio se escribe $\frac{1}{2}$.

El círculo está dividido en **tres** partes iguales. Cada parte es **una tercera parte** o **un tercio** de círculo.

Un tercio se escribe $\frac{1}{3}$.



El rectángulo está dividido en cinco partes iguales. Cada parte es **un quinto** de rectángulo.

Un quinto se escribe así: $\frac{1}{5}$ (1: numerador; 5: denominador)

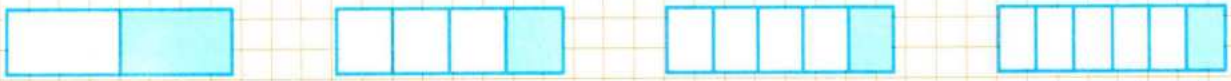
El **denominador 5** indica las partes en que se ha dividido el rectángulo.

El **numerador 1** indica que se ha coloreado una de estas partes.

Observa cómo se leen estas fracciones de numerador 1:

$\frac{1}{6}$ un sexto	$\frac{1}{9}$ un noveno	$\frac{1}{12}$ un doceavo
$\frac{1}{7}$ un séptimo	$\frac{1}{10}$ un décimo o una décima	$\frac{1}{13}$ un treceavo
$\frac{1}{8}$ un octavo	$\frac{1}{11}$ un onceavo	$\frac{1}{14}$ un catorceavo

1. Escribe la fracción de numerador 1 que representa la parte coloreada:

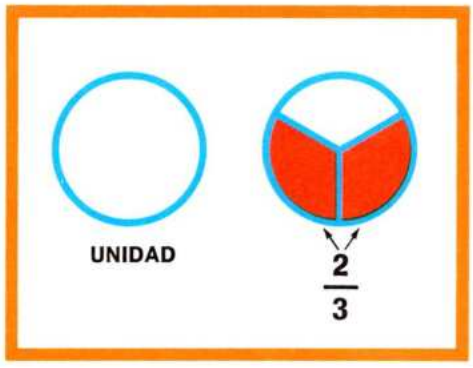


... de rectángulo ... de rectángulo ... de rectángulo ... de rectángulo

2. Colorea:

$\frac{1}{2}$ de círculo $\frac{1}{4}$ de círculo $\frac{1}{3}$ de círculo $\frac{1}{8}$ de círculo

2. Fracciones: términos.

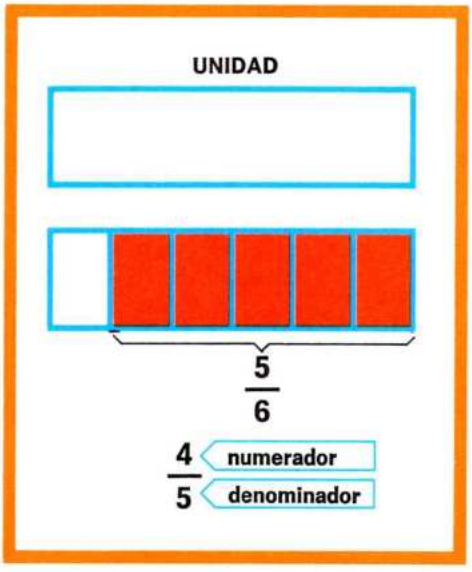


Este círculo está dividido en **tres** partes iguales.

Cada parte es **un tercio.**

La parte coloreada es **dos tercios** de círculo.

Dos tercios se escribe $\frac{2}{3}$.



Este rectángulo está dividido en **seis** partes iguales.

Cada parte es **un sexto.**

La parte coloreada es **cinco sextos** de rectángulo.

Cinco sextos se escribe $\frac{5}{6}$ (numerador / denominador)

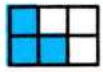
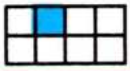
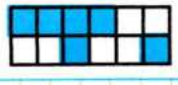
$\frac{2}{3}$ y $\frac{5}{6}$ son **fracciones.**

Los términos de una fracción son dos: **denominador** y **numerador.**

El 6 es el denominador de la fracción $\frac{5}{6}$; indica las partes iguales en que se ha dividido la unidad.
El 5 es el numerador e indica las partes que se toman.

Fracción es una o varias partes iguales en que se ha dividido la unidad.
Los términos de una fracción son dos: numerador y denominador.
El denominador indica las partes en que se ha dividido la unidad.
El numerador indica las partes que se toman de la unidad.

1. Completa:

Unidad	¿En cuántas partes iguales está dividida?	¿Cuántas hay coloreadas?	Fracción que representa la parte coloreada	Numerador	Denominador	Se lee
						
						
						

3. La fracción como cociente de dos números.

Se quiere repartir 3 pasteles de chocolate entre 4 niños.

¿Cuánto corresponde a cada niño?

La división entera 3 ⌊4 nos indica que no podemos dar un pastel entero a cada niño.

$$\begin{array}{r|l} 3 & 4 \\ \hline 3 & 0 \end{array}$$

resto — cociente

Vamos a ver que las fracciones nos permiten encontrar el cociente exacto 3 : 4.

Para ello dividimos cada pastel en 4 partes iguales.

Después repartimos estas partes entre los niños.

Por lo tanto cada niño recibe 3 de estas partes.

A cada niño corresponde $\frac{3}{4}$ de pastel.

Una fracción puede considerarse como el cociente exacto de dividir el numerador entre el denominador.

1. Contesta:

- ¿Cuántas medias naranjas hay en 3 naranjas? ¿Y en 4 naranjas?
- ¿Cuántos tercios de naranja hay en 1 naranja? ¿Y en 4 naranjas?

2. Lee con atención:

Se reparten 2 pasteles entre 3 niños.

¿Cuánto corresponde a cada niño?

3. Resuelve este problema:

Al repartirse 7 peras entre 3 niños en partes iguales tocan a 2 peras cada niño y sobra 1 pera.

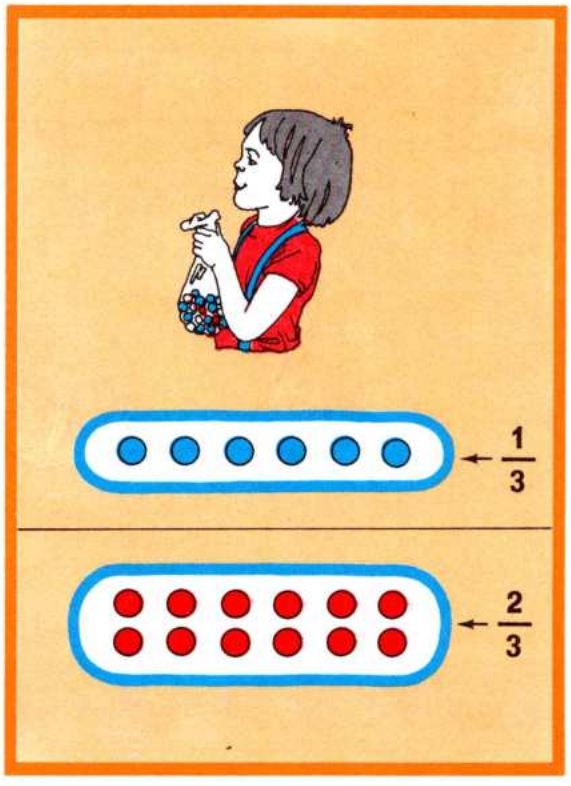
$$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$$

¿Cómo se completa el reparto?

4. Contesta:

¿Es cierto que hay pintados de azul $\frac{2}{3}$ del rectángulo?

4. Cómo se calcula la fracción de un número.



Luis tiene una bolsa con 18 canicas.

$\frac{1}{3}$ de las 18 canicas son azules y $\frac{2}{3}$ de las 18 canicas son rojas.

¿Cuántas canicas de cada color tiene Luis?

Un tercio de 18 es igual a
$18 : 3 = 6$ canicas azules.

Dos tercios de 18 es igual a
$6 \times 2 = 12$ canicas rojas.

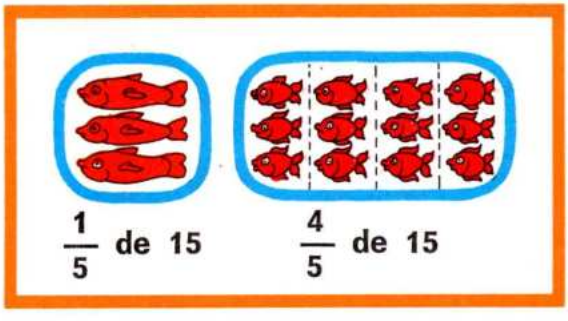
Observa cómo se han hallado los $\frac{2}{3}$ de 18:

1.° Se divide el número (18) por el denominador (3):
$18 : 3 = 6$

2.° Después se multiplica el resultado obtenido (6) por el numerador (2):
$6 \times 2 = 12$

Luis tiene 6 canicas azules y 12 rojas.

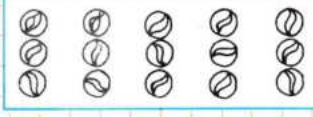
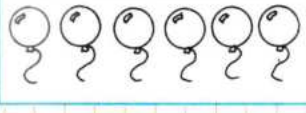
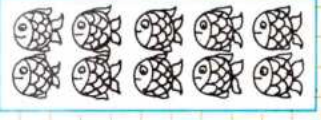
Para hallar la fracción de un número se divide el número por el denominador y el resultado se multiplica por el numerador.



Observa ahora este conjunto de 15 peces.

- $\frac{1}{5}$ de peces son grandes y $\frac{4}{5}$ son pequeños.
- $\frac{1}{5}$ de 15 es igual a $15 : 5 = 3$.
- $\frac{4}{5}$ de 15 es igual a $3 \times 4 = 12$.

1. Rodea con ⬭:

$\frac{1}{3}$ de las canicas	$\frac{1}{4}$ de las estrellas	$\frac{1}{6}$ de los globos	$\frac{1}{5}$ de los peces
			

2. Completa:

$\frac{1}{3}$ de 15 canicas = ... canicas

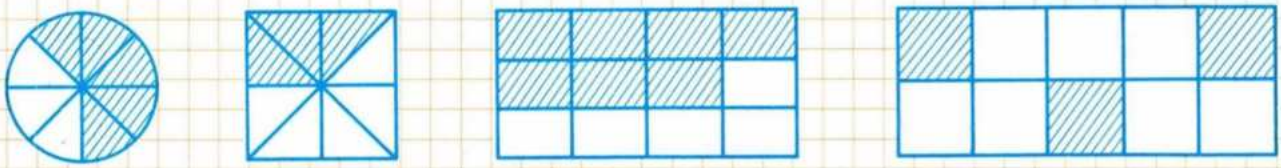
$\frac{1}{4}$ de 12 estrellas = ... estrellas

$\frac{3}{6}$ de 6 globos = ... globos

$\frac{4}{5}$ de 10 peces = ... peces

Ejercicios y problemas

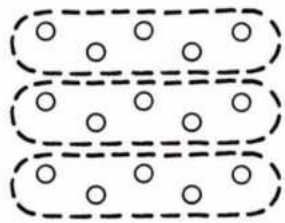
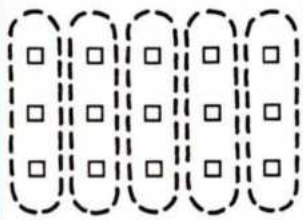
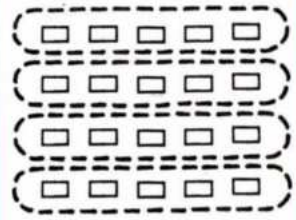
1. Escribe debajo de cada figura la fracción que representa la parte rayada:



2. Colorea en cada figura la parte que se indica:

$\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{8}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{5}$

3. Colorea de rojo:

$\frac{2}{3}$ de las canicas	$\frac{2}{5}$ de los cuadrados	$\frac{3}{7}$ de los triángulos	$\frac{3}{4}$ de los rectángulos
			

4. Completa:

$15 : 3 = \ldots$	$15 : 5 = \ldots$	$21 : 7 = \ldots$	$20 : 4 = \ldots$
$\frac{1}{3}$ de $15 = \ldots$	$\frac{1}{5}$ de $15 = \ldots$	$\frac{1}{7}$ de $21 = \ldots$	$\frac{1}{4}$ de $20 = \ldots$
$\frac{2}{3}$ de $15 = \ldots$	$\frac{2}{5}$ de $15 = \ldots$	$\frac{3}{7}$ de $21 = \ldots$	$\frac{3}{4}$ de $20 = \ldots$

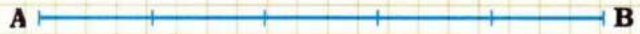
5. Observa los ejemplos resueltos y completa:

$\frac{2}{5}$ de 20 $\begin{cases} 20 : 5 = 4 \\ 4 \times 2 = 8 \end{cases}$	$\frac{3}{4}$ de 80 $\begin{cases} 80 : 4 = 20 \\ 20 \times 3 = 60 \end{cases}$	$\frac{2}{3}$ de 21 $\begin{cases} 21 : 3 = \ldots \\ \ldots \times 2 = \ldots \end{cases}$
$\frac{2}{5}$ de $20 = 8$	$\frac{3}{4}$ de $80 = 60$	$\frac{2}{3}$ de $21 = \ldots$
$\frac{5}{6}$ de 30 $\begin{cases} 30 : 6 = \ldots \\ \ldots \times 5 = \ldots \end{cases}$	$\frac{4}{5}$ de 45 $\begin{cases} \ldots : \ldots = \ldots \\ \ldots \times \ldots = \ldots \end{cases}$	$\frac{4}{9}$ de 36 $\begin{cases} \ldots : \ldots = \ldots \\ \ldots \times \ldots = \ldots \end{cases}$
$\frac{5}{6}$ de $30 = \ldots$	$\frac{4}{5}$ de $45 = \ldots$	$\frac{4}{9}$ de $36 = \ldots$

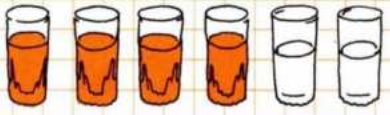
5. Completa la tabla:

Fracción	Numerador	Denominador	Se lee
$\frac{4}{7}$			Cuatro séptimos
$\frac{2}{9}$			
$\frac{3}{11}$			
$\frac{5}{13}$			

6. Pinta de rojo $\frac{2}{5}$ del segmento **AB.**

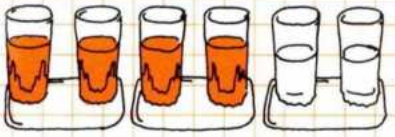


7. Observa que hay vasos con naranjada y vasos con leche:



- ¿Qué fracción de los vasos tienen naranjada?
- ¿Qué fracción de los vasos tienen leche?

8. Ahora colocamos los vasos en bandejas.



- ¿Qué fracción de las bandejas tienen naranjada?
- ¿Qué fracción de las bandejas tienen leche?

9. Completa:

- La mitad de 12 es ... → $\frac{1}{2}$ de 12 = ...
- Un tercio de 15 es ... → $\frac{1}{3}$ de 15 = ...
- La tercera parte de 6 es ... → $\frac{1}{3}$ de 6 = ...
- La cuarta parte de 20 es ... → $\frac{1}{4}$ de 20 = ...
- Un cuarto de 60 es ... → $\frac{1}{4}$ de 60 = ...

10. Completa:

	60	90	100
$\frac{1}{4}$ de			

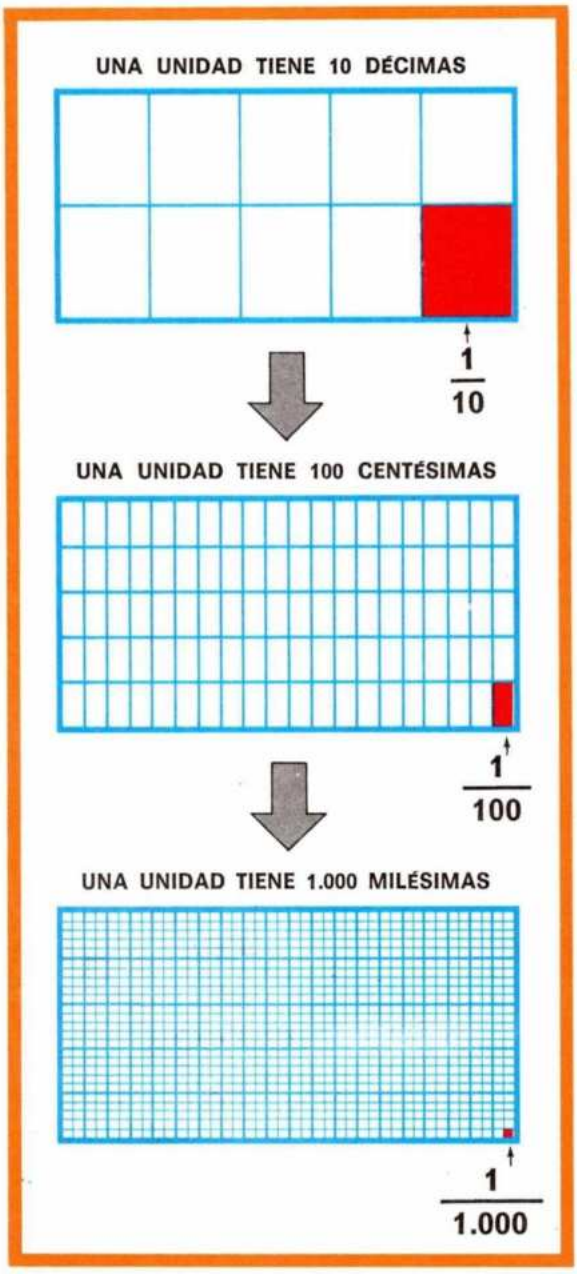
	60	90	120	360
$\frac{1}{3}$ de				

11. ¿Cuántos medios de pera tiene 1 pera? ¿Y 2 peras? ¿Y 3 peras?

12. Escribe las siguientes fracciones:

a) Dos cuartos. b) Tres quintos. c) Ocho novenos.
d) Tres séptimos. e) Cuatro onceavos. f) Siete quinceavos.

1. Décimas, centésimas, milésimas.



Décima

Observa que el rectángulo, que es la unidad, se ha dividido en **10 partes iguales.**

Cada una de estas partes es **una décima** del rectángulo.

Una décima se escribe: $\frac{1}{10}$.

Centésima

Observa que cada décima se ha dividido en 10 partes iguales.

De esta forma la unidad (el rectángulo) ha quedado dividida en **100 partes iguales.**

Cada una de estas partes es **una centésima** del rectángulo.

Una centésima se escribe: $\frac{1}{100}$.

Milésima

Observa que ahora se ha dividido cada centésima en 10 partes iguales.

Así la unidad (el rectángulo) ha quedado dividida en **1.000 partes iguales.**

Cada una de estas partes es **una milésima** del rectángulo.

Una milésima se escribe: $\frac{1}{1.000}$.

Observa en los tres dibujos que:

1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = = 1.000 milésimas.

Las fracciones $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1.000}$ son fracciones decimales. Fracciones decimales son las que tienen por denominador la unidad seguida de ceros.

1. Completa:

1 décima = $\frac{1}{10}$	1 centésima = $\frac{1}{100}$	1 milésima = $\frac{1}{1.000}$
2 décimas = $\frac{2}{10}$	2 centésimas = $\frac{2}{100}$	2 milésimas = $\frac{2}{1.000}$
3 décimas = ...	3 centésimas = ...	3 milésimas = ...
4 décimas = ...	4 centésimas = ...	4 milésimas = ...

2. Forma decimal de las fracciones decimales.

	Fracción decimal	En forma de fracción	En forma decimal
DÉCIMAS	1 décima	$\frac{1}{10}$	0,1
	2 décimas	$\frac{2}{10}$	0,2
	.....	.....	.....
	10 décimas	$\frac{10}{10}$	1 unidad
CENTÉSIMAS	1 centésima	$\frac{1}{100}$	0,01
	2 centésimas	$\frac{2}{100}$	0,02
	.....	.....	.....
	10 centésimas	$\frac{10}{100}$	0,10
MILÉSIMAS	1 milésima	$\frac{1}{1.000}$	0,001
	2 milésimas	$\frac{2}{1.000}$	0,002
	.....	.....	.....
	10 milésimas	$\frac{10}{1.000}$	0,010

Las fracciones decimales también se pueden escribir en forma decimal utilizando una **coma,** llamada **coma decimal (,).**

Observa en el cuadro cómo se escriben en forma decimal las fracciones decimales.

Si una unidad se divide:

- **en 10 partes iguales, cada parte es una décima = 0,1**
- **en 100 partes iguales, cada parte es una centésima = 0,01**
- **en 1.000 partes iguales, cada parte es una milésima = 0,001**
- **en 10.000 partes iguales, cada parte es una diezmilésima = 0,0001**
- **en 100.000 partes iguales, cada parte es una cienmilésima = 0,00001**

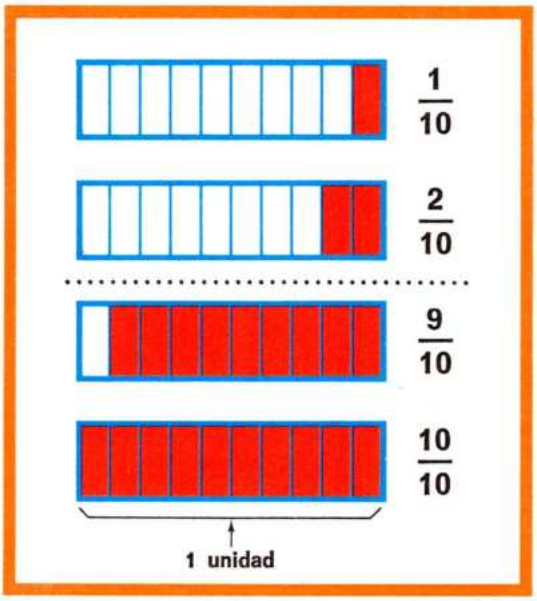
1. Completa el cuadro:

Fracción decimal	En forma de fracción	En forma decimal
12 centésimas	$\frac{12}{100}$	0,12
15 centésimas		
	$\frac{24}{100}$	

2. Completa el cuadro:

Fracción decimal	En forma de fracción	En forma decimal
14 milésimas	$\frac{14}{1.000}$	0,014
36 milésimas		
	$\frac{84}{100}$	

3. Relaciones entre unidad, décimas, centésimas y milésimas.



Cada rectángulo representa la unidad y está dividido en 10 partes iguales.

Observa las décimas coloreadas en cada caso.

$$1 \text{ décima} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

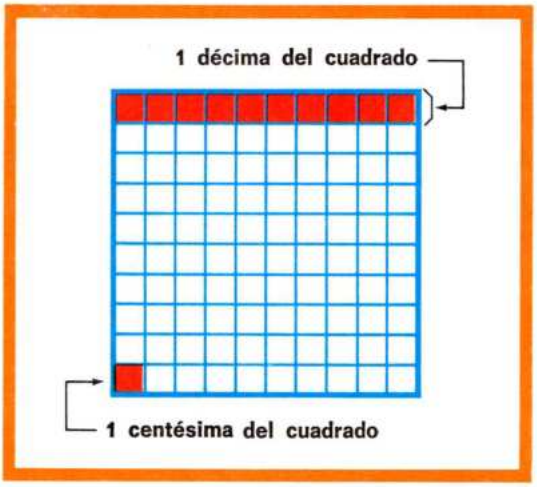
$$2 \text{ décimas} = \frac{2}{10} = 0{,}2$$

.....

$$9 \text{ décimas} = \frac{9}{10} = 0{,}9$$

$$10 \text{ décimas} = \frac{10}{10} = 1 \text{ unidad}$$

10 décimas forman 1 unidad simple



Ahora el cuadrado grande representa la unidad.

Este cuadrado está dividido en 100 partes iguales o cuadraditos.

1 cuadradito = 1 centésima del cuadrado.

1 fila = 1 décima del cuadrado.

Como 1 fila = 10 cuadritos, resulta que:

1 décima = 10 centésimas

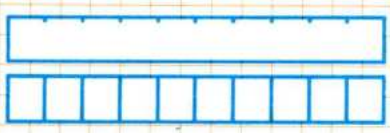
Del mismo modo resulta que:

1 centésima = 10 milésimas

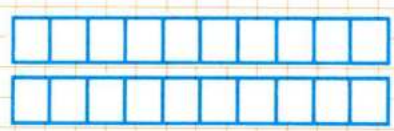
10 décimas = 1 unidad	10 centésimas = 1 décima	10 milésimas = 1 centésima
$\frac{10}{10} = 1$	$\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$	$\frac{10}{1.000} = \frac{1}{100}$
	$0{,}10 = 0{,}1$	$0{,}010 = 0{,}01$

1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = 1.000 milésimas.

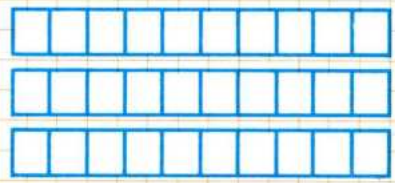
1. Completa:



1 unidad = ... décimas



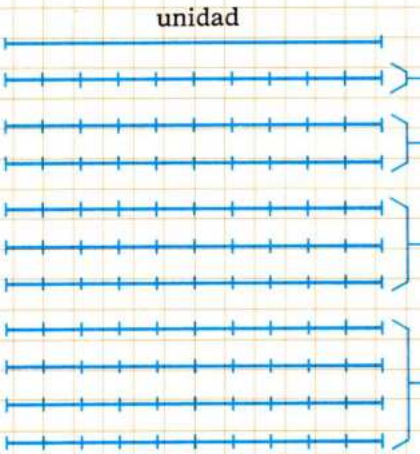
2 unidades = ... décimas



3 unidades = ... décimas

Ejercicios y problemas

1. Observa las figuras y completa:



1 unidad = **10** décimas → $1 = \frac{10}{10}$

2 unidades = **20** décimas → $2 = \frac{20}{10}$

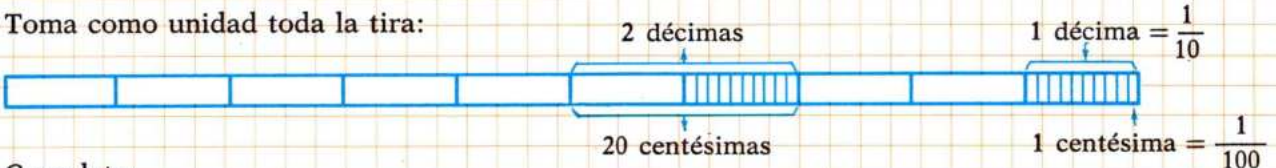
3 unidades = ... décimas → 3 = ...

4 unidades = ... décimas → 4 = ...

2. Completa:

5 unidades = ... décimas → 5 = ...
6 unidades = ... décimas → 6 = ...
7 unidades = ... décimas → 7 = ...
8 unidades = ... décimas → 8 = ...
9 unidades = ... décimas → 9 = ...
10 unidades = ... décimas → 10 = ...

3. Toma como unidad toda la tira:



Completa:

1 décima = **10** centésimas → $\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$; 0,1 = **0,10**

2 décimas = **20** centésimas → $\frac{2}{10} = \frac{20}{100}$; 0,2 = **0,20**

3 décimas = ... centésimas → $\frac{3}{10} = \ldots$; 0,3 = **0,30**

4 décimas = ... centésimas → $\frac{4}{10} = \ldots$; 0,4 = ...

4. Completa:

1 centésima = **10** milésimas → $\frac{1}{100} = \frac{10}{1.000}$; 0,01 = **0,010**

2 centésimas = **20** milésimas → $\frac{2}{100} = \frac{20}{1.000}$; 0,02 = **0,020**

3 centésimas = ... milésimas → $\frac{3}{100} = \ldots$; 0,03 = ...

4 centésimas = ... milésimas → $\frac{4}{100} = \ldots$; 0,04 = ...

5. Contesta:

- ¿Cuántas décimas tiene 1 unidad?
- ¿Cuántas centésimas tiene 1 décima?
- ¿Cuántas milésimas tiene 1 décima?

1. Unidades decimales. Número decimal.

10 décimas = 1 unidad
10 centésimas = 1 décima
10 milésimas = 1 centésima
10 diezmilésimas = 1 milésima

Unidades decimales

Las unidades decimales estudiadas hasta ahora son: **décimas, centésimas, milésimas, diezmilésimas...**

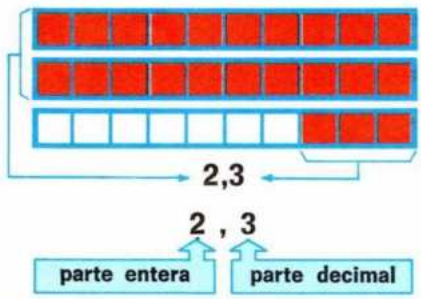
Estas unidades resultan de dividir la unidad en **10, 100, 1.000, 10.000,** etc., partes iguales.

Las unidades decimales siguen la misma regla que el sistema de numeración decimal.

Esta regla es que diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediato superior.

Decenas de millar	Millares	Centenas	Decenas	Unidades simples	Décimas	Centésimas	Milésimas	Diez-milésimas	Cien-milésimas
DM	M	C	D	U	d	c	m	dm	cm
quinto orden	cuarto orden	tercer orden	segundo orden	primer orden	primer orden decimal	segundo orden decimal	tercer orden decimal	cuarto orden decimal	quinto orden decimal

Las décimas ocupan el primer lugar a la derecha de la coma, las centésimas, el segundo, las milésimas, el tercero, etc.



Número decimal

Observa el dibujo. Cada rectángulo representa 1 unidad.

La parte coloreada es 2 unidades y 3 décimas, y se escribe 2,3.

El número **2,3** es un **número decimal.**

Otros números decimales son:
0,53, 2,27, 0,34, 1,18, etc.

Un número decimal tiene dos partes: una parte entera, a la izquierda de la coma, y una parte decimal, a la derecha de la coma.

Si el número decimal vale menos de uno, la parte entera es cero.

1. Rodea con un círculo rojo la parte entera y con un círculo azul la parte decimal:

3,25 2,64 5,2 0,27 0,4

2. Responde:

¿Qué lugar ocupan las milésimas en un número decimal? ¿Y las centésimas?

2. Escritura y lectura de números decimales.

PARTE ENTERA				PARTE DECIMAL		
M	C	D	U	d	c	m
2	5	2	8	4	0	
			0	3	5	
			0	0	0	9

Cómo se escriben los números decimales

Observa los números decimales del cuadro.

La letra **d** → indica las décimas.
La letra **c** → indica las centésimas.
La letra **m** → indica las milésimas.

Todos estos números tienen dos partes: una parte entera y una parte decimal.

Para escribir un número decimal, se escribe la parte entera y a continuación la parte decimal, separada por una coma.

Cómo se leen los números decimales

Observa cómo se leen estos números.

2.528,40 → dos mil quinientos veintiocho **enteros,** cuarenta **centésimas.**

0,35 → cero enteros, treinta y cinco **centésimas,** o treinta y cinco **centésimas.**

0,009 → nueve **milésimas.**

Para leer un número decimal se lee primero la parte entera, seguida de la palabra «enteros», y a continuación la parte decimal, con el nombre de la última cifra que aparezca en ella.

1. Completa:

Número	Se lee
0,7	siete décimas
26,38	
	cinco enteros, dieciséis centésimas
	quince enteros, catorce milésimas

2. Escribe en forma decimal:

4 unidades, 6 décimas → 4,6
6 unidades, 8 décimas → ...
19 unidades, 3 décimas → ...
16 unidades, 34 centésimas → ...
7 unidades, 1 décima, 3 centésimas → .....
3 unidades, 2 décimas, 4 milésimas → 3,204
5 unidades, 6 décimas, 8 milésimas → .....
2 unidades, 5 décimas, 6 milésimas → .....

3. Escribe cómo se leen los siguientes números decimales:

64,3 36,08 25,003 208,304 0,0003

3. Descomposición de números decimales. Valor de posición.

C	D	U	d	c	m
	2	4,	6	4	8
3	2	5,	7	9	

Descomposición de números decimales

Observa cómo se descomponen estos números decimales en suma de sus diversos órdenes de unidades.

- 24,648 = 2 decenas + 4 unidades + 6 décimas + 4 centésimas + 8 milésimas

$$24{,}648 = 20 + 4 + \frac{6}{10} + \frac{4}{100} + \frac{8}{1.000}$$

$$24{,}648 = 20 + 4 + 0{,}6 + 0{,}04 + 0{,}008$$

- 325,79 = 3 centenas + 2 decenas + 5 unidades + 7 décimas + 9 centésimas

$$325{,}79 = 300 + 20 + 5 + \frac{7}{10} + \frac{9}{100}$$

$$325{,}79 = 300 + 20 + 5 + 0{,}7 + 0{,}09$$

C	D	U	d	c	m	
4	0	0				← 4 centenas
	4	0				← 4 decenas
		4				← 4 unidades
		0,	4			← 4 décimas
		0,	0	4		← 4 centésimas
		0,	0	0	4	← 4 milésimas

Valor de posición

Observa en el cuadro cómo varía el valor de la cifra 4 según el lugar que ocupa.

Del mismo modo, la cifra 3 en el número 2,353 tiene diferente valor.

2,353
- **3 milésimas**
- 5 centésimas
- **3 décimas**
- 2 unidades

El valor de una cifra depende del lugar que ocupa esa cifra en el número, y se llama valor de posición.

1. Completa la descomposición de los números:

C	D	U	d	c	m	Descomposición
3	2	5,	6	8	9	3 c + 2 d + 5 u + 6 d + 8 c + 9 m
						300 + 20 + 5 + 0,6 + 0,08 + 0,009
1	2	6,	8	2		1 c + ... d + ... u + ... d + ... c
						100 + ... + ... + ... + ...
	3	4,	0	4	8	... d + ... u + ... d + ... c + ... m
						... + ... + ... + ... + ...

4. Expresión en forma de fracción y en forma decimal.

C	D	U	d	c	m
	3	4	2	8	

¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma decimal?

Consideremos la fracción decimal $\frac{3.428}{100}$, es decir, **3.428 centésimas.**

Observa el numerador escrito en el cuadro de unidades. El número 3.428 se ha colocado de forma que la última cifra (8) quede en la casilla de las centésimas. Como la coma se pone entre las unidades simples y las décimas, resulta el número decimal **34,28**, es decir: $\frac{3.428}{100} = 34{,}28$.

C	D	U	d	c	m
		4	2	7	6

Del mismo modo: $\frac{4.276}{1.000} = 4{,}276$.

Para escribir en forma decimal una fracción decimal, se escribe sólo el numerador y se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras como ceros tiene el denominador.

C	D	U	d	c	m
		0	0	0	3

$$\frac{3}{1.000} = 0{,}003$$

Si en el numerador no hay cifras suficientes, como ocurre en la fracción $\frac{3}{1.000}$, se escribe a su izquierda el número conveniente de ceros.

¿Cómo se escribe un número decimal en forma de fracción decimal?

Procediendo de forma inversa a la anterior resulta:

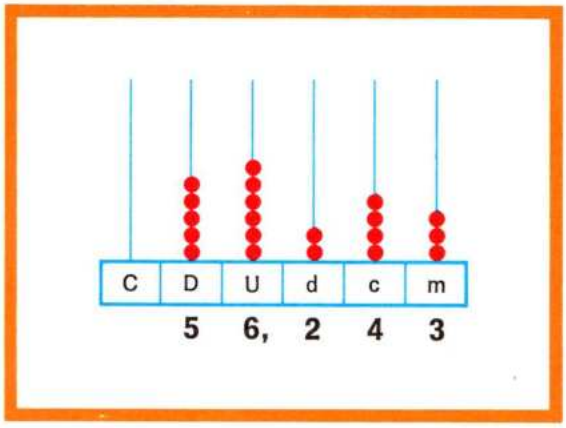
$1{,}2 = \frac{12}{10}$ $\quad 0{,}003 = \frac{3}{1.000}$ $\quad 34{,}28 = \frac{3.428}{100}$

Para escribir un número decimal en forma de fracción decimal, se escribe el número, sin coma, en el numerador. El denominador es la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número.

1. Escribe en forma decimal o en forma de fracción, según corresponda:

$\frac{15}{10}$	$\frac{18}{100}$	$\frac{13}{1.000}$	$\frac{174}{1.000}$	$\frac{86}{1.000}$	$\frac{78}{100}$
2,5	1,25	0,016	2,34	5,28	3,046

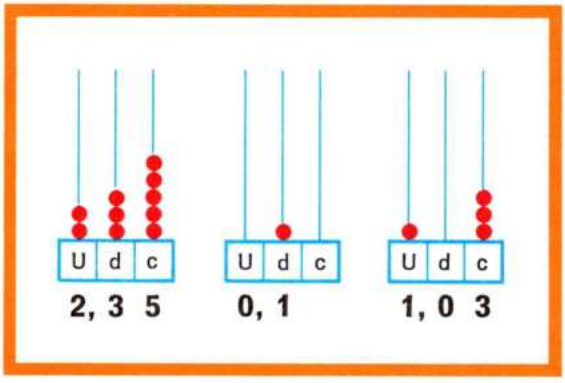
5. Ceros a la derecha de un decimal.



Representación de números decimales en el ábaco

Para representar números decimales en el ábaco, basta fijar la varilla que representa las unidades. A la derecha de esta varilla se representan las unidades decimales: décimas **(d)**, centésimas **(c)**, milésimas **(m)**, etc.

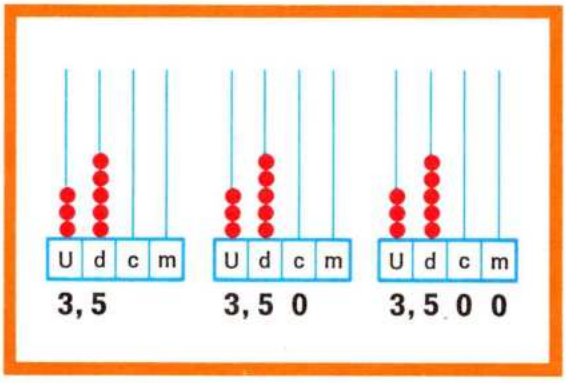
Observa cómo se representa en el ábaco el número decimal **56,243.**



Observa los números representados en cada ábaco.

Como en los números enteros, se cumple que:

Diez bolas en una varilla del ábaco equivalen a una bola situada en la varilla de la izquierda.



Ceros a la derecha de un decimal

Observa que la representación de los números 3,5, 3,50 y 3,500 es la misma en el ábaco.

Esto significa que los tres números decimales 3,5, 3,50 y 3,500 son iguales.

$$3{,}5 = 3{,}50 = 3{,}500$$

Los ceros agregados a la derecha de un decimal no cambian su valor.

1. Completa:

$$7{,}2 = 7{,}20 = \ldots = \ldots = \ldots = \ldots$$

2. Lee atentamente y contesta:

El número 0,64 indica 64 centésimas.
Si agregas un cero a la derecha resulta 0,640, que se lee 640 milésimas.

¿Son iguales estos números?

3. Observa el número 508,030 y contesta:

- ¿Cambia el valor del número si se agrega un cero a la derecha del cero de color rojo?
- ¿Cambia el valor del número si se suprime el cero de color rojo?
- ¿Cambia el valor del número si se agregan dos ceros a la derecha del cero de color rojo?

Ejercicios y problemas

1. Rodea con bolígrafo rojo la cifra de las centésimas y con bolígrafo azul la cifra de las milésimas:

1,256 2,325 6,324 4,327 3,641 0,003 0,034 0,123

2. Completa:

En el número 32,647,

- la cifra 3 tiene un valor de **30**, porque ocupa el lugar de las **decenas**
- la cifra 2 tiene un valor de ..., porque ocupa el lugar de las ...
- la cifra 6 tiene un valor de 0,6, porque ocupa el lugar de las ...
- la cifra 4 tiene un valor de ..., porque ocupa el lugar de las ...
- la cifra 7 tiene un valor de ..., porque ocupa el lugar de las ...

3. ¿Cuál es el valor de posición de la cifra 6 en el número 3,256?

4. Escribe los números decimales:

- Cinco enteros, ochenta y cuatro centésimas.
- Doce enteros, seis centésimas.
- Tres enteros, cinco milésimas.

5. ¿Cuántas centésimas hay en 6 decenas?

Para hacer este problema, representa en el cuadro de unidades 6 decenas.

Después agrega ceros hasta llegar a la casilla de las centésimas. Así resulta 6 decenas = 6.000 centésimas.

Calcula ahora cuántas milésimas hay en 8 centenas.

M	C	D	U	d	c	m
		6				

M	C	D	U	d	c	m
		6	0	0	0	

M	C	D	U	d	c	m
	8					

6. ¿Cuántas décimas tienen 2 unidades? ¿Y 5 unidades?

7. ¿Cuántas centésimas tiene una décima? ¿Y 5 décimas?

8. ¿Cuántas milésimas tiene una centésima? ¿Y 5 centésimas?

9. Señala los números que tienen igual valor:

a) 3,4 b) 3,04 c) 3,40 d) 3,400 e) 0,34 f) 3,400

10. ¿En cuántas partes iguales hay que dividir una unidad para tener décimas?

¿Y para obtener centésimas? ¿Y para obtener milésimas?

11. Una peseta tiene 100 céntimos, y por lo tanto el céntimo es la centésima parte de la peseta.

¿Cuántos céntimos tienen 6 pesetas?

¿Cuántas pesetas son 300 céntimos? ¿Y 80 céntimos?

1. Suma de números decimales.

Para sumar números decimales valen las mismas reglas estudiadas para sumar números naturales.

Observa cómo se suman los números decimales **327,436** y **165,789.**

PRIMER PASO

	C	D	U	d	c	m
					①	
	3	2	7,	4	3	6
+	1	6	5,	7	8	9
					①	5

Se suman las milésimas:
15 milésimas = 10 milésimas + + 5 milésimas
10 milésimas = 1 centésima

c	m
	6
	9
①	5

SEGUNDO PASO

	C	D	U	d	c	m
				①	①	
	3	2	7,	4	3	6
+	1	6	5,	7	8	9
					①	5

Se suman las centésimas:
12 centésimas = 10 centésimas + + 2 centésimas
10 centésimas = 1 décima

d	c
	①
	3
	8
①	2

TERCER PASO

	C	D	U	d	c	m
			①	①	①	
	3	2	7,	4	3	6
+	1	6	5,	7	8	9
				①	2	5

Se suman las décimas:
12 décimas = 10 décimas + 2 décimas
10 décimas = 1 unidad

U	d
	①
	4
	7
①	2

CUARTO PASO

	C	D	U	d	c	m
		①	①	①	①	
	3	2	7,	4	3	6
+	1	6	5,	7	8	9
	4	9	①3,	2	2	5

Se suman las unidades, las decenas y las centenas en la forma habitual y se pone la coma.

C	D	U
		①
3	2	7
1	6	5
4	9	3

327,436
+ 165,789
493,225

En la práctica la suma se hace así.

Para sumar números decimales:

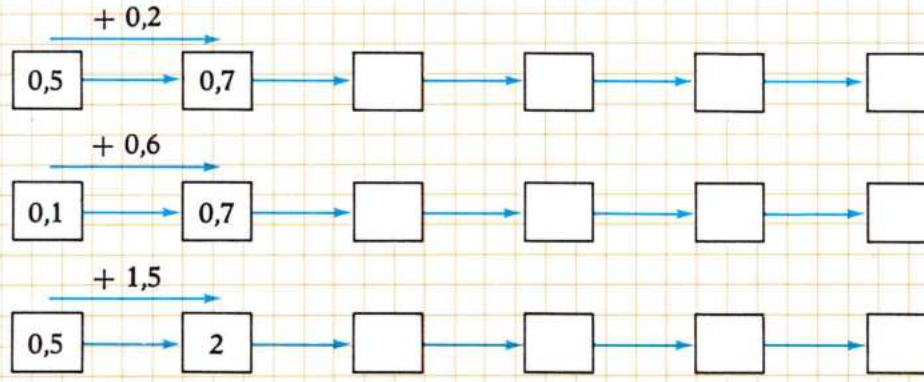
- **Primero se escriben unos debajo de otros, de modo que se correspondan las unidades del mismo orden.**
- **Después se suman como si fueran números naturales y se pone la coma en el resultado, bajo la columna de las comas.**

1. Tacha las sumas que tienen mal colocados los sumandos y haz las sumas restantes:

23,25 + 2,8	7,4 + 21,7	3,25 + 42,6	52,64 + 34,5	48,37 + 5,74
12,6 + 28,34	5,6 + 32,8	2,38 + 47,9	35,26 + 8,6	96,981 + 3,465

Actividades

1. Completa los cuadros sumando el número que indica la flecha en cada caso:



2. Une con una flecha cada suma de la izquierda con su resultado:

32,378 + 41,327	105,649	0,52 + 0,27	0,79
41,32 + 58,359	73.705	0,82 + 0,25	1,42
102,31 + 3,339	99,679	0,46 + 0,96	1,07
37,31 + 529,56	77,755	0,84 + 2,16	2,00
45,28 + 32,475	566,87	1,50 + 0,50	3,00

3. Escribe el sumando conveniente para que resulte 1:

0,2 + 0,8 = 1	0,3 + ... = 1	0,73 + ... = 1
0,4 + ... = 1	0,1 + ... = 1	0,25 + ... = 1
0,5 + ... = 1	0,9 + ... = 1	0,82 + ... = 1

4. Completa las siguientes sumas:

7 , 2 9	□ 3 □	0 , 5 9
+ □ 8 □	+ 4 , 9 7	+ □ □
1 1 , 1 2	6 , 2 7	1 0 , 0 9

5. ¿Por qué están mal hechas estas sumas?

Hazlas bien.

8,96	3,45	3,26	6,28
+ 2,145	+ 2,1	+ 24,2	+ 3,2
11 105	5 55	56,8	6,60

2. Resta de números decimales.

PRIMER CASO

Cuando el minuendo y el sustraendo son decimales

Los números decimales se restan como los naturales. Si el número de cifras decimales del minuendo y del sustraendo es diferente, se debe completar con ceros.

Ejemplo. Vamos a hacer la resta **42,53 — 16,286.**

PRIMER PASO

	D	U	d	c	m
	4	**2,**	**5**	**3**	**0**
—	**1**	**6,**	**2**	**8**	**6**

Completamos con un cero el minuendo para que tenga igual número de cifras que el sustraendo.

SEGUNDO PASO

	D	U	d	c	m
	4	2,	5	3	0
—	1	6,	2	8	6
	2	**6,**	**2**	**4**	**4**

Se restan como si fueran números naturales y se coloca la coma debajo de las comas.

SEGUNDO CASO

Cuando el minuendo es un número natural

Vamos a hacer la resta **6 — 2,35.**

PRIMER PASO

6,00
— 2,35

Se pone a la derecha del 6 una coma seguida de dos ceros, para que el minuendo y el sustraendo tengan el mismo número de cifras decimales.

SEGUNDO PASO

6,00
— 2,35
3,65

Se restan como si fueran números naturales y se pone la coma.

Para restar números decimales:

- **Primero se escriben el minuendo y el sustraendo de modo que las comas estén en columna. Si los dos números no tienen igual número de cifras decimales, se completan con ceros las cifras que faltan.**
- **Después se restan como si fueran números naturales y se pone la coma en el resultado bajo la columna de las comas.**

1. Tacha las restas que tienen mal colocados el minuendo o el sustraendo y haz las demás:

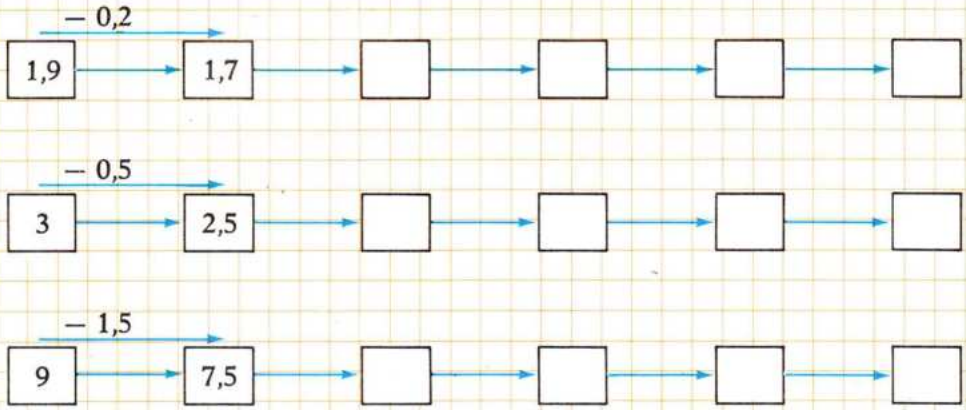
8,47	75,27	9	42,6
— 2,5	— 3,4	— 2,5	— 13,8

2. Escribe de forma correcta el sustraendo debajo del minuendo y haz las siguientes restas:

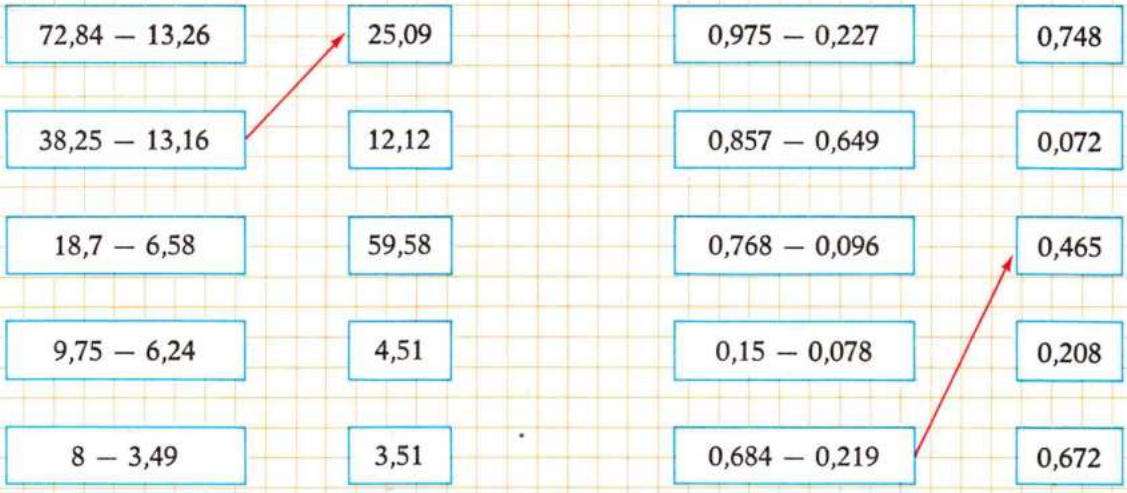
34,2 — 12,84 74,3 — 45,29 74,75 — 27,879 5 — 2,9 8 — 3,27

Actividades

1. Completa los cuadros restando el número que indica la flecha en cada caso:



2. Une con una flecha cada resta de la izquierda con su resultado:



3. Completa las tablas:

–8,75	
15	
19	
30	
42	
75	

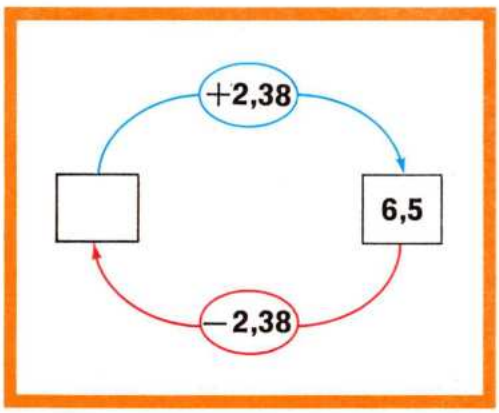
–0,24	
0,48	
0,96	
0,54	
0,72	
0,9	

–3,7	
12,6	
13,7	
15,2	
19,6	
8,2	

4. Completa las siguientes restas:

$$\begin{array}{r} 3\,4,6\,8 \\ -\ \square\,\square,\square\,\square \\ \hline 1\,4,3\,1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6,3 \\ -\ \square,3\,\square \\ \hline 4,9\,6 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \square\,\square \\ -\ 0,9\,9 \\ \hline 8,2\,1 \end{array}$$

3. Suma y resta de números decimales.



La suma de dos números decimales es **6,5**, y uno de los sumandos es **2,38.**

¿Cuál es el otro sumando?

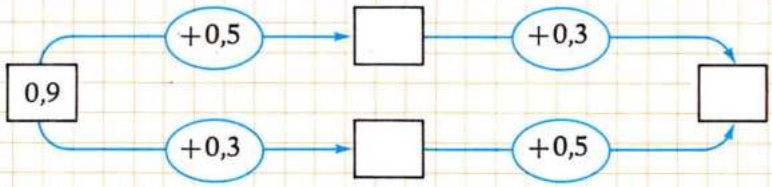
El sumando desconocido lo representamos por □.

$\square + 2{,}38 = 6{,}5 \qquad \square = 6{,}5 - 2{,}38$

$$\begin{array}{r} 6{,}50 \\ -\ 2{,}38 \\ \hline 4{,}12 \end{array}$$

El otro sumando es 4,12.

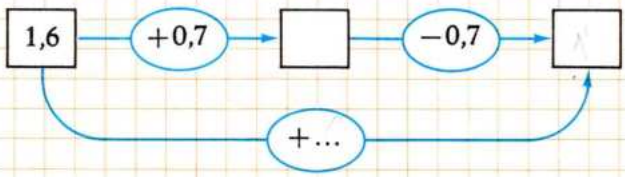
1. Completa los números que faltan en los cuadrados:

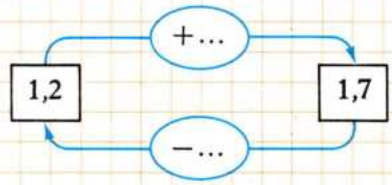


Completa: $0{,}5 + 0{,}3 = 0{,}3 +$

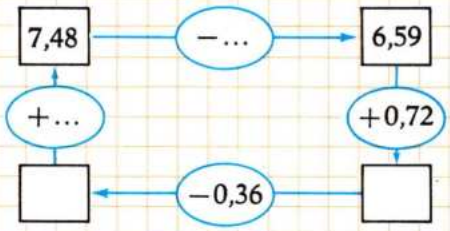
¿Tiene la suma de decimales la propiedad conmutativa?

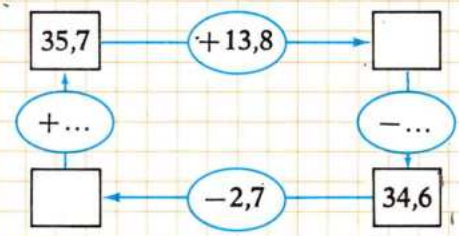
2. Completa los números que faltan en los cuadrados y en los círculos:





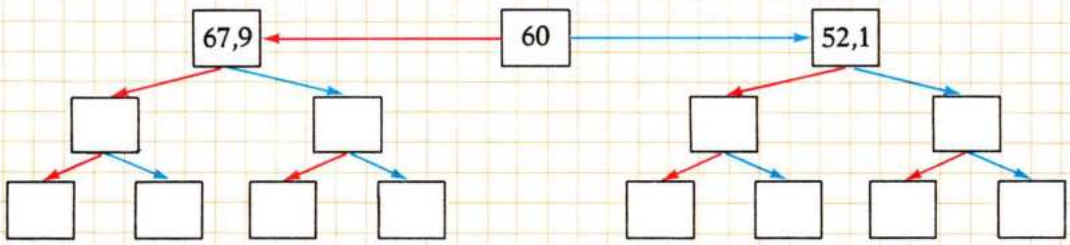
3. Completa los números que faltan en los cuadrados y en los círculos:





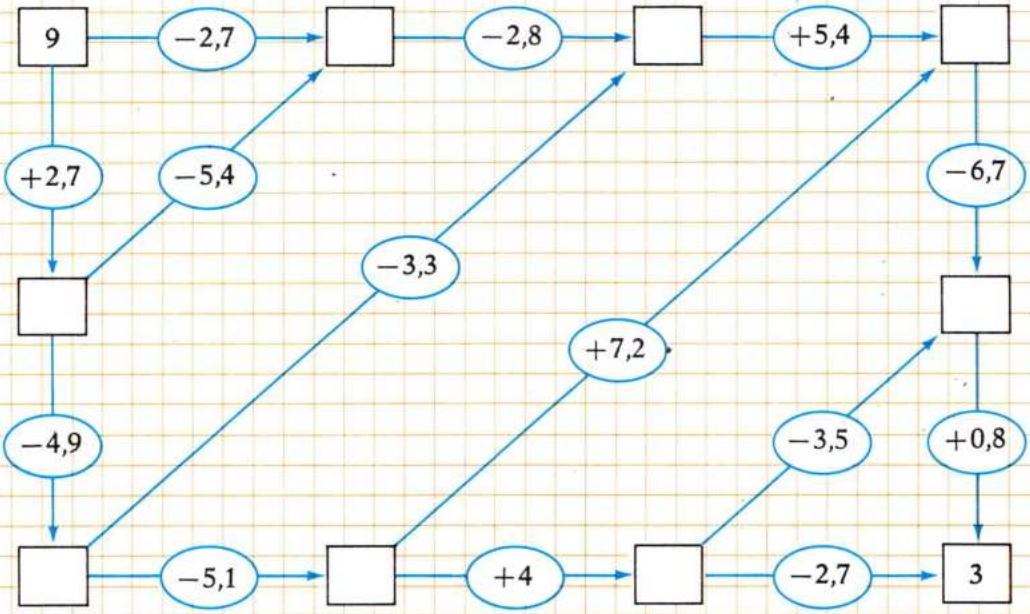
4. Completa los números que faltan.

La flecha roja indica sumar 7,9 y la flecha azul indica restar 7,9.



Ejercicios y problemas

1. Sigue las flechas y completa los cuadros:



2. Completa la suma y la resta:

$$\begin{array}{r} 2\,1\,2\,,\,\square\,9 \\ +\quad\square\,5\,,\,6 \\ \hline 2\,5\,\square\,,\,7\,\square \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\,,\square\,6\,2 \\ -\,0\,,\,4\,\square \\ \hline \square\,,\,4\,1\,\square \end{array}$$

3. ¿Qué número debes restar a 4 para que la diferencia sea 1,28?

4. ¿Qué número sumado a 2,34 da 6,25?

5. Si al número 0,7 se le suma 1,28, se le resta 0,45 y se le vuelve a sumar 0,58, ¿qué número resulta?

6. La suma de tres números es 4,6. El primero es 1,2 y el segundo es igual al primero más 1,8. ¿Cuál es el tercer número?

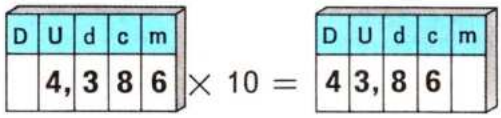
7. Ya sabes que en un cuadro mágico la suma de todos los números de cada columna es igual a la suma de los números de cada fila, y también igual a la suma de los números de cada diagonal.

Completa los cuadros mágicos:

13,55	1,30	10,05
4,80	8,30	11,80

264,35		249,53
227,30	242,12	256,94
	271,76	

1. Multiplicación de un número decimal por 10, 100, 1.000...



4,386 × 10 = 43,86

Ejemplos:

45,26 × 10 = 452,6
0,28 × 10 = 2,8
0,5 × 10 = 5
0,6 × 10 = 6

Multiplicación por 10

Multiplicar un número por **10** significa hacerlo **10 veces mayor.**

Por eso:

- La cifra de las unidades pasa a ocupar el lugar de las decenas.
- La cifra de las décimas pasa a ocupar el lugar de las unidades.
- La cifra de las centésimas pasa a ocupar el lugar de las décimas.
- La cifra de las milésimas pasa a ocupar el lugar de las centésimas, etc.

Para multiplicar un número decimal por 10 se corre la coma un lugar hacia la derecha.

24,69 × 100 = 2.469

3,256 × 100 = 325,6

Multiplicación por 100

Multiplicar un número por **100** significa hacerlo **100 veces mayor.**

Para multiplicar un número decimal por 100 se corre la coma dos lugares hacia la derecha. Si es necesario, se agregan ceros.

27,45 × 1.000 = 27.450

2,836 × 1.000 = 2.836

Multiplicación por 1.000

Multiplicar un número por **1.000** significa hacerlo **1.000 veces mayor.**

Para multiplicar un número decimal por 1.000 se corre la coma tres lugares hacia la derecha. Si es necesario, se agregan ceros.

1. Completa:

5,24 × 10 = ...
6,25 × 100 = ...
0,75 × 10 = ...
0,75 × 100 = ...
8,1 × 100 = ...
8,1 × 1.000 = ...

2. Completa el factor que falta:

6,5 × ... = 65
4,35 × ... = 43,5
0,32 × ... = 320
7,8 × ... = 7.800

2. División por 10, 100, 1.000...

$6{,}8 \times 10 = \mathbf{68}$
$9{,}5 \times 100 = \mathbf{950}$
$0{,}045 \times 1.000 = \mathbf{45}$

División de un número natural por 10, 100, 1.000...

Observa estas multiplicaciones, en las que el producto es un número natural: 68, 950, 45.

MULTIPLICACIONES	DIVISIONES
$6{,}8 \times 10 = \mathbf{68}$	$\mathbf{68} : 10 = 6{,}8$
$9{,}5 \times 100 = \mathbf{950}$	$\mathbf{950} : 100 = 9{,}50$
$0{,}045 \times 1.000 = \mathbf{45}$	$\mathbf{45} : 1.000 = 0{,}045$

De cada una de esas multiplicaciones se obtiene una división en la que el dividendo es un número natural: 68, 950, 45.

Observa que:

- Al dividir por **10** aparece **una cifra** separada con una coma.
- Al dividir por **100** aparecen **dos cifras** separadas con una coma.
- Al dividir por **1.000** aparecen **tres cifras** separadas con una coma.

Para dividir un número natural por 10, 100, 1.000..., se separan con una coma, a partir de la derecha, una, dos, tres... cifras.

MULTIPLICACIONES	DIVISIONES
$0{,}0085 \times 1.000 = \mathbf{8{,}5}$	$\mathbf{8{,}5} : 1.000 = 0{,}0085$
$2{,}348 \times 100 = \mathbf{234{,}8}$	$\mathbf{234{,}8} : 100 = 2{,}348$
$6{,}25 \times 10 = \mathbf{62{,}5}$	$\mathbf{62{,}5} : 10 = 6{,}25$

División de un número decimal por 10, 100, 1.000...

Observa el siguiente conjunto de multiplicaciones y las divisiones obtenidas a partir de ellas.

Observa que:

- Al dividir por **10** se desplaza la coma **un lugar** hacia la izquierda.
- Al dividir por **100** se desplaza la coma **dos lugares** hacia la izquierda.
- Al dividir por **1.000** se desplaza la coma **tres lugares** hacia la izquierda.

Para dividir un número decimal por 10, 100, 1.000..., se desplaza la coma uno, dos, tres... lugares hacia la izquierda.

1. Completa:

$572 : 10 = \ldots$	$8.345 : 100 = \ldots$	$84.260 : 1.000 = \ldots$
$3{,}54 : 10 = \ldots$	$3{,}54 : 100 = \ldots$	$72{,}5 : 1.000 = \ldots$
$0{,}25 : 10 = \ldots$	$835{,}6 : 100 = \ldots$	$7{,}3 : 1.000 = \ldots$

3. Multiplicación de números decimales.

Multiplicación de dos números decimales

Observa cómo se hace esta multiplicación: **2,8 × 0,16.**

PRIMER PASO

$2{,}8 \xrightarrow{\times 10} 28$

$0{,}16 \xrightarrow{\times 100} \times\ 16$

Se convierten 2,8 y 0,16 en enteros, multiplicando por 10 y por 100.

Así, el producto 28 × 16 será 1.000 (10×100=1.000) veces mayor que el producto 2,8 × 0,16.

SEGUNDO PASO

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 16 \\ \hline 168 \\ 28 \\ \hline 448 \end{array}$$

Se multiplican los dos números naturales 28 y 16.

TERCER PASO

$448 : 1.000 = 0{,}448$

Como 448 es 1.000 veces mayor que el producto 2,8×0,16, se divide entre 1.000.

En la práctica se procede así:

$$\begin{array}{rl} 2{,}8 & \rightarrow\ 1 \quad \text{una cifra decimal} \\ \times\ 0{,}16 & \rightarrow\ +\ 2 \quad \text{dos cifras decimales} \\ \hline 168 & \quad 3 \quad \text{tres cifras decimales} \\ 28 & \\ \hline 0{,}448 & \leftarrow \end{array}$$

Para multiplicar dos números decimales:

- **Primero se realiza la operación sin tener en cuenta las comas.**
- **Después se separan de la derecha del producto tantas cifras decimales como tengan entre los dos factores.**

CASO PARTICULAR

Cuando un factor es decimal y el otro entero

En este caso basta separar del producto tantas cifras decimales como tenga el factor decimal.

$$\begin{array}{rl} \mathbf{1{,}45} & \rightarrow \text{dos cifras decimales} \\ \times\ \mathbf{3} & \\ \hline \mathbf{4{,}35} & \leftarrow \end{array}$$

Para multiplicar un número decimal por un número natural:

- **Primero se realiza la operación sin tener en cuenta la coma.**
- **Después se separan de la derecha del producto tantas cifras decimales como tenga el factor decimal.**

1. Haz las siguientes multiplicaciones.

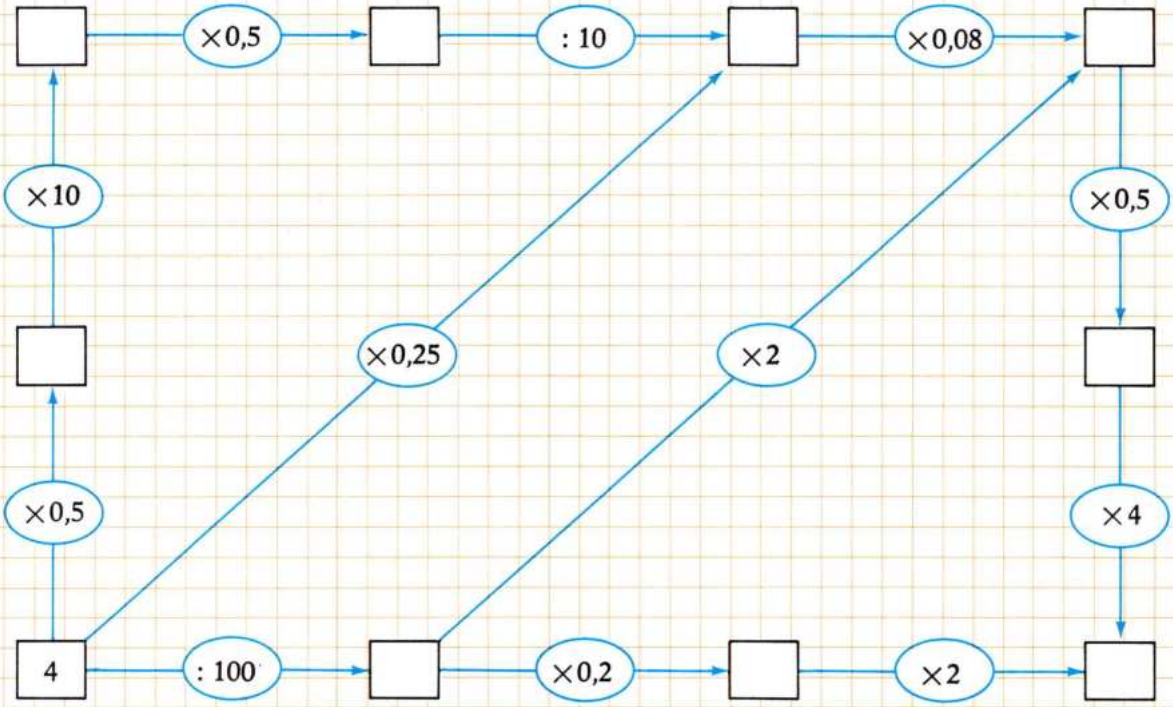
48 × 2,6	273 × 0,8	0,006 × 15	3,25 × 2,48
54 × 12	134 × 0,25	1,95 × 3	5,2 × 6,3

Actividades

1. Completa la tabla:

Multiplicación	Número de cifras decimales del primer factor	Número de cifras decimales del segundo factor	Número de cifras decimales del producto
2,5 × 0,24	1	2	3
0,027 × 1,34			
2,45 × 3,27			
6,35 × 2,38			
25 × 1,37			
0,0052 × 1,235			

2. Completa los números que faltan en los cuadros:



3. Haz las siguientes multiplicaciones:

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ \times\ \ 5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,25 \\ \times\ 12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,25 \\ \times\ 25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,25 \\ \times\ 0,5 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,25 \\ \times\ 0,6 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,25 \\ \times\ 0,25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,34 \\ \times\ 0,27 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,34 \\ \times\ 0,5 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,34 \\ \times\ 0,8 \\ \hline \end{array}$$

4. Haz las siguientes multiplicaciones:

125,75 × 17,25 136,25 × 8,5 1.250,75 × 8,25

4. División de números decimales. I.

CASO 1

Cuando el dividendo es decimal y el divisor es un número natural.

Queremos calcular **46,23 | 3**

Observa cómo se hace esta división:

PRIMER PASO

D	U	d	c	| 3
4	6	2	3	
1	6			15
	1			

Se divide por 3 la parte entera del dividendo.

46 | 3
16 15
1

SEGUNDO PASO

D	U	d	c	| 3
4	6	2	3	
1	6			15,
	1	2		

Se pone una coma en el cociente y se baja la primera cifra decimal.

TERCER PASO

D	U	d	c	| 3
4	6	2	3	
1	6			15,4
	1	2		
		0		

Se divide 12 entre 3 como si se tratara de números naturales.

12 | 3
0 4

CUARTO PASO

D	U	d	c	| 3
4	6	2	3	
1	6			15,41
	1	2		
		0	3	
			0	

Finalmente se baja el 3 y se divide 3 entre 3.

3 | 3
0 1

Para dividir un número decimal por un número natural se hace la división como si el dividendo y el divisor fueran números naturales, pero al bajar la primera cifra decimal se pone una coma en el cociente.

3,24 | 12
084 0,27
0

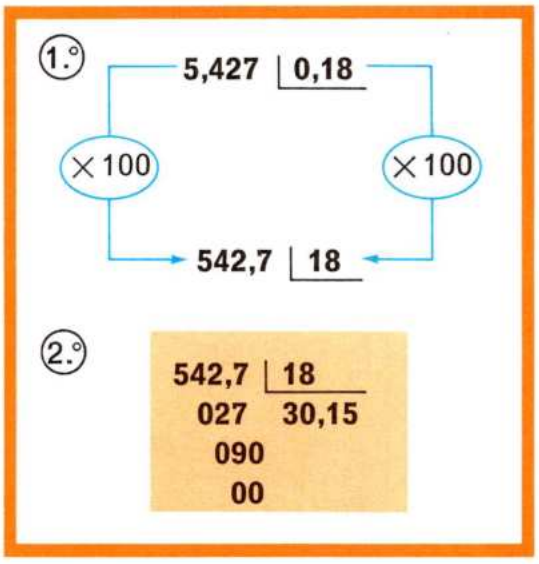
En el caso de que el dividendo sea menor que el divisor, como ocurre en la división **3,24 | 12**, se pone 0 en la parte entera del cociente y después se continúa la división como si fueran números naturales.

1. Haz las siguientes divisiones:

12,96 | 3 12,96 | 12 12,96 | 18

0,75 | 5 2,25 | 3 2,25 | 15

5. División de números decimales. II.



CASO 2

Cuando el dividendo y el divisor son números decimales.

Vamos a dividir **5,427 | 0,18**

PRIMERO

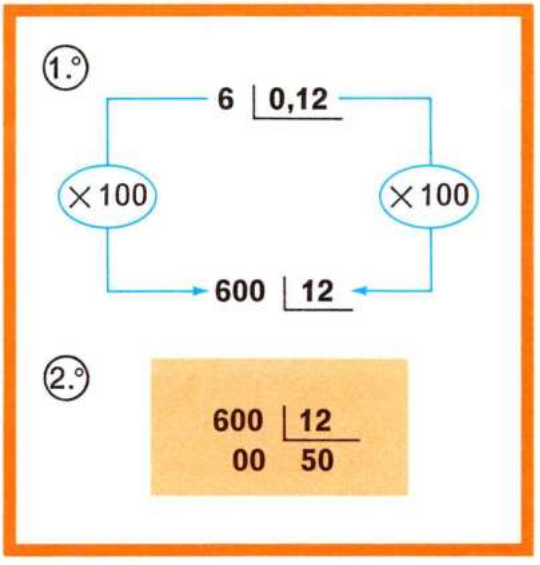
Se suprime la coma del divisor, lo cual equivale a multiplicar por 100. Para que el cociente no varíe se multiplica el dividendo también por 100.

SEGUNDO

Se hace la división como en el **CASO 1** de dividendo decimal y divisor entero.

Para dividir dos números decimales:

- **Primero se suprime la coma del divisor y se desplaza la coma del dividendo tantos lugares a la derecha como cifras decimales tiene el divisor.**
- **Después se hace la división como en el caso anterior.**



CASO 3

Cuando el dividendo es un número natural y el divisor es un número decimal.

Observa cómo se hace la división **6 | 0,12**

PRIMERO

Se suprime la coma del divisor, lo cual equivale a multiplicarlo por 100. Para que no varíe el cociente se multiplica el dividendo también por 100.

SEGUNDO

Se hace la división como si fueran números naturales.

Para dividir un número natural por un número decimal:

- **Primero se suprime la coma del divisor y a la derecha del dividendo se ponen tantos ceros como cifras decimales tenga el divisor.**
- **Después se continúa la división como si fueran números naturales.**

1. Haz estas divisiones:

1296 | 0,12 129,6 | 0,18 129,6 | 0,9 8 | 0,5 9 | 0,18

6. Cociente aproximado de números naturales.

Vamos a hacer la división **23** | **3** obteniendo un cociente decimal.

Como: 23 unidades = 230 décimas = 2.300 centésimas, podemos hacer la siguiente división:

CON UNIDADES

$$\begin{array}{r|l} 23 & 3 \\ 2 & 7 \end{array}$$

Cociente entero: 7 unidades.
Resto: 2 unidades.

CON DÉCIMAS

$$\begin{array}{r|l} 230 & 3 \\ 20 & 76 \\ 2 & \end{array}$$

Cociente aproximado:
76 décimas = 0,76.
Resto: 2 décimas = 0,2.

CON CENTÉSIMAS

$$\begin{array}{r|l} 2300 & 3 \\ 20 & 766 \\ 20 & \\ 2 & \end{array}$$

Cociente aproximado:
766 centésimas = 7,66.
Resto: 2 centésimas = 0,02.

$$\begin{array}{r|l} 23 & 3 \\ 20 & 7{,}66 \\ 20 & \\ 2 & \end{array}$$

En la práctica, la división se hace así.

Para hallar el cociente decimal de dos números naturales:

- **Primero se calcula el cociente de la parte entera y se pone una coma.**
- **Después se continúa la división escribiendo un cero a la derecha de los restos que van resultando.**

Si el resto no llega a ser cero, se obtiene el cociente aproximado con una, dos, tres... cifras decimales.

1. Calcula los siguientes cocientes con una cifra decimal:

13 | 5 　　8 | 5 　　30 | 4 　　44 | 8

2. Calcula los siguientes cocientes con dos cifras decimales:

17 | 4 　　50 | 8 　　27 | 4 　　90 | 8

3. Calcula los siguientes cocientes con tres cifras decimales:

13 | 6 　　18 | 7 　　20 | 6 　　19 | 8

4. Calcula los siguientes cocientes con cuatro cifras decimales:

16 | 3 　　27 | 7 　　35 | 11 　　5 | 6

Cálculo mental, cálculo rápido

① 48×10	② $4{,}8 \times 10$	③ $0{,}48 \times 10$	④ $6{,}5 \times 10$
⑤ 48×100	⑥ $4{,}8 \times 100$	⑦ $0{,}48 \times 100$	⑧ $6{,}5 \times 100$
⑨ 48×1.000	⑩ $4{,}8 \times 1.000$	⑪ $0{,}48 \times 1.000$	⑫ $6{,}5 \times 1.000$
⑬ $480 : 10$	⑭ $48 : 10$	⑮ $48 : 100$	⑯ $48 : 1.000$

Ejercicios y problemas

1. Indica el número de cifras decimales que tendrán los siguientes productos:

a) $2{,}5 \times 6$
b) $3{,}84 \times 6{,}5$
c) $3{,}25 \times 2{,}6$
d) $6{,}25 \times 8{,}4$
e) $56{,}2 \times 6{,}8$
f) $4{,}05 \times 2{,}34$
g) $6{,}28 \times 3{,}75$
h) $5{,}6 \times 9{,}8$

2. Sabiendo que $15 \times 15 = 225$, escribe los siguientes productos sin hacer las multiplicaciones.

a) $1{,}5 \times 15$
b) $0{,}15 \times 15$
c) $0{,}015 \times 15$
d) $0{,}15 \times 1{,}5$
e) $0{,}15 \times 0{,}15$
f) $0{,}15 \times 0{,}015$
g) $0{,}015 \times 0{,}015$

3. Halla el factor que falta:

a) $3{,}28 \times \ldots = 328$
b) $5{,}75 \times \ldots = 5.750$
c) $0{,}24 \times \ldots = 240$
d) $1{,}56 \times \ldots = 15{,}6$
e) $0{,}084 \times \ldots = 84$
f) $0{,}6 \times \ldots = 600$

4. Completa las sumas con dos sumandos iguales.

a) $\ldots + \ldots = 12{,}76$
b) $\ldots + \ldots = 6{,}944$

5. Completa las sumas con tres sumandos iguales.

a) $\ldots + \ldots + \ldots = 4{,}41$
b) $\ldots + \ldots + \ldots = 7{,}68$

6. Si una caja pesa 65,75 kg, ¿cuánto pesan 100 cajas?

7. Haz las siguientes divisiones exactas:

$12{,}96 \mid 18$ $\quad$ $129{,}6 \mid 18$ $\quad$ $1{,}296 \mid 18$

8. Calcula:

a) $12 : 0{,}75$
b) $50 : 6{,}25$
c) $8{,}5 \mid 17$
d) $85 \mid 0{,}17$

9. En las siguientes divisiones nunca da cociente exacto. Halla el cociente aproximado con tres cifras decimales.

$20 \mid 6$ $\quad$ $12 \mid 7$ $\quad$ $16 \mid 3$ $\quad$ $40 \mid 13$

10. Un queso pesa 3,84 kg. Se divide en 3 trozos iguales.

¿Cuánto pesa cada trozo?

1. Los decimales y las unidades de longitud.

1 m = 10 dm

1 dm = 0,1 m

1 m = 100 cm

1 cm = 0,01 m

1 m = 1.000 mm

1 mm = 0,001 m

- **Un metro tiene 10 decímetros**. Por eso el decímetro es la décima parte del metro:

1 dm = 0,1 m

- **Un metro tiene 100 centímetros**. Por eso el centímetro es la centésima parte del metro:

1 cm = 0,01 m

- **Un metro tiene 1.000 milímetros**. Por eso el milímetro es la milésima parte del metro:

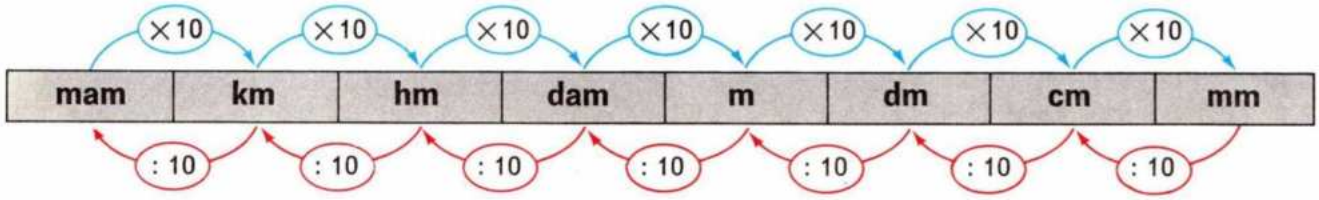
1 mm = 0,001 m

Las unidades de longitud más usadas son:

mam, km, hm, dam, m, dm, cm, mm

- La regla para pasar de una unidad a la inmediata inferior es multiplicar por 10.
- La regla para pasar de una unidad a la inmediata superior es dividir por 10.

En general, diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediato superior.



Las unidades de longitud se corresponden con las unidades del sistema de numeración decimal, como indica el siguiente cuadro.

mam	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
decenas de millar	millares	centenas	decenas	unidades	décimas	centésimas	milésimas

1. Completa:

1 dm = **0,1** m → 1 : 10 = **0,1**
2 dm = **0,2** m → 2 : 10 = ...
3 dm = ... m → 3 : 10 = ...
4 dm = ... m → 4 : 10 = ...

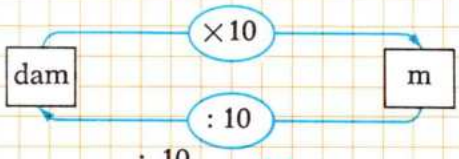
3 cm = **0,03** m → 3 : 100 = **0,03**
4 cm = ... m → 4 : 100 = ...
5 cm = ... m → 5 : 100 = ...
6 cm = ... m → 6 : 100 = ...

4 mm = **0,004** m → 4 : 1.000 = **0,004**
5 mm = ... m → 5 : 1.000 = ...
6 mm = ... m → 6 : 1.000 = ...

7 mm = ... m → 7 : 1.000 = ...
8 mm = ... m → 8 : 1.000 = ...
9 mm = ... m → 9 : 1.000 = ...

Actividades

1. Observa las relaciones entre decámetros y metros y completa:



5 dam $\xrightarrow{\times 10}$ **50** m

0,6 dam $\xrightarrow{\times 10}$ **6** m

0,9 dam $\xrightarrow{\times 10}$ ... m

5,2 dam $\xrightarrow{\times 10}$ ... m

0,52 dam $\xrightarrow{\times 10}$ ... m

3 m $\xrightarrow{: 10}$ **0,3** dam

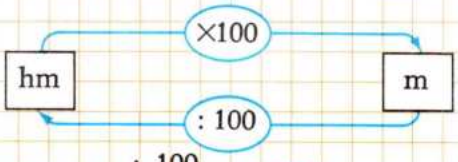
6 m $\xrightarrow{: 10}$ ... dam

7 m $\xrightarrow{: 10}$ ... dam

8 m $\xrightarrow{: 10}$ ... dam

10 m $\xrightarrow{: 10}$ ... dam

2. Observa las relaciones entre hectómetros y metros y completa:



2 hm $\xrightarrow{\times 100}$ **200** m

0,4 hm $\xrightarrow{\times 100}$ **40** m

0,52 hm $\xrightarrow{\times 100}$ ... m

8,6 hm $\xrightarrow{\times 100}$ ... m

30 m $\xrightarrow{: 100}$ **0,30** hm

45 m $\xrightarrow{: 100}$ ... hm

6 m $\xrightarrow{: 100}$ ... hm

8 m $\xrightarrow{: 100}$ ... hm

3. Completa los cuadros:

0,08 km	$\xrightarrow{\times 10}$	... hm	$\xrightarrow{\times 10}$	... dam	$\xrightarrow{\times 10}$	... m	$\xrightarrow{\times 10}$	... dm
500 dm	$\xrightarrow{: 10}$	... m	$\xrightarrow{: 10}$	... dam	$\xrightarrow{: 10}$	... hm	$\xrightarrow{: 10}$	... km

4. Escribe el número por el que hay que multiplicar o dividir:

6 mm $\xrightarrow{: \ldots}$ 0,6 cm

6 mm $\xrightarrow{: \ldots}$ 0,06 dm

6 mm $\xrightarrow{: \ldots}$ 0,006 m

6 mm $\xrightarrow{: \ldots}$ 0,0006 dam

6 dam $\xrightarrow{\times \ldots}$ 60 m

6 dam $\xrightarrow{\times \ldots}$ 600 dm

6 dam $\xrightarrow{\times \ldots}$ 6.000 cm

6 dam $\xrightarrow{\times \ldots}$ 60.000 mm

5. Completa:

8 dam = ... m

8 dam = ... dm

8 dam = ... cm

6 hm = ... dam

6 hm = ... km

6 hm = ... m

8 dam = ... hm

8 dam = ... km

8 dam = ... mam

2. Los decimales y las unidades de capacidad y masa.

1 l = 10 dl

1 dl = 0,1 l

1 l = 100 cl

1 cl = 0,01 l

1 l = 1.000 ml

1 ml = 0,001 l

- **Un litro tiene 10 decilitros.** Por eso el decilitro es la décima parte del litro:

1 dl = 0,1 l

- **Un litro tiene 100 centilitros.** Por eso el centilitro es la centésima parte del litro:

1 cl = 0,01 l

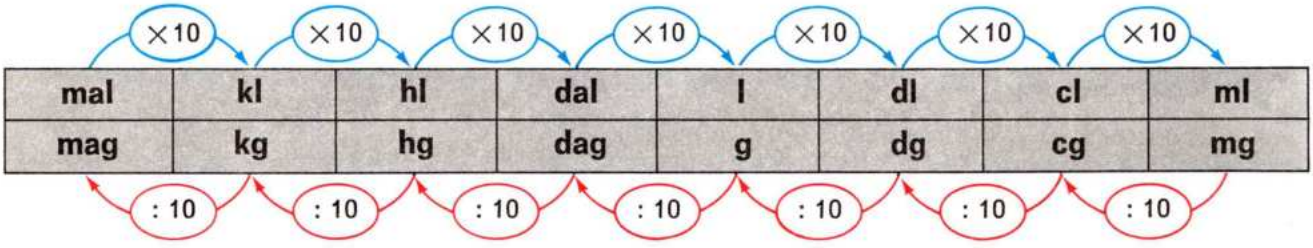
- **Un litro tiene 1.000 mililitros.** Por eso el mililitro es la milésima parte del litro:

1 ml = 0,001 l

Del mismo modo se obtienen las siguientes relaciones entre el gramo, el decigramo, el centigramo y el miligramo:

1 g = 10 dg 1 g = 100 cg 1 g = 1.000 mg
1 dg = 0,1 g 1 cg = 0,01 g 1 mg = 0,001 g

- La regla para pasar de una unidad a la inmediata inferior es multiplicar por 10.
- La regla para pasar de una unidad a la inmediata superior es dividir por 10.



Las unidades de capacidad y las de masa se corresponden con las unidades del sistema de numeración decimal.

mal	kl	hl	dal	l	dl	cl	ml
decenas de millar	millares	centenas	decenas	unidades	décimas	centésimas	milésimas
mag	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

1. Completa:

6 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ... l

0,7 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ... l

0,8 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ... l

52 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ... l

5,2 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ... l

0,52 dal $\xrightarrow{\times 10}$ ... l

Actividades

1. Completa:

1 dl = **0,1** l → 1 : 10 = **0,1**
2 dl = **0,2** l → 2 : 10 = ...
3 dl = ... l → 3 : 10 = ...
4 dl = ... l → ... : ... = ...

3 cl = **0,03** l → 3 : 100 = ...
4 cl = ... l → 4 : 100 = ...
5 ml = ... l → 5 : 1.000 = ...

4 dg = **0,4** g → 4 : 10 = ...
5 dg = ... g → 5 : 10 = ...
6 dg = ... g → ... : ... = ...
7 dg = ... g → ... : ... = ...

5 cg = ... g → 5 : 100 = ...
6 cg = ... g → 6 : 100 = ...
7 mg = ... g → 7 : 100 = ...

2. Completa:

3 l —: 10→ **0,3** dal
8 l —: 10→ ... dal
7 l —: 10→ ... dal

3 dal —× 10→ **30** l
0,3 dal —× 10→ ... l
0,45 dal —× 10→ ... l

3. Completa:

4 kg —× 1.000→ ... g
0,5 kg —× 1.000→ ... g
0,005 kg —× 1.000→ ... g

2.000 g —: 1.000→ ... kg
200 g —: 1.000→ ... kg
20 g —: 1.000→ ... kg

4. Completa los cuadros:

0,06 kl	×10 →	... hl	×10 →	... dal	×10 →	... l	×10 →	... dl
3,58 kg	×10 →	... hg	×10 →	... dag	×10 →	... g	×10 →	... dg
600 dl	: 10 →	... l	: 10 →	... dal	: 10 →	... hl	: 10 →	... kl

5. Escribe el número por el que hay que multiplicar o dividir:

8 ml —: ...→ 0,8 cl
6 ml —: ...→ 0,06 dl

5 dg —: ...→ 0,5 g
5 dg —: ...→ 0,05 dag
5 dg —× ...→ 500 mg

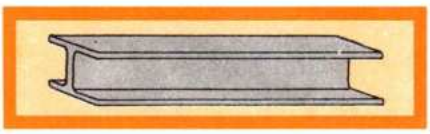
6. Completa:

8 dal = ... l
8 dal = ... dl
8 dal = ... cl

8 dal = ... hl
8 dal = ... kl
8 dal = ... mal

4 l = ... dl
3 l = ... dal
5 l = ... hl

3. Cambios de unidad con el cuadro de unidades. I.



Una viga mide 6 metros, 3 decímetros y 8 centímetros.

La medida de la viga la podemos expresar de diferentes formas.

EN METROS

m	dm	cm	mm
6	3	8	
6,38 m			

EN DECÍMETROS

m	dm	cm	mm
6	3	8	
63,8 dm			

EN CENTÍMETROS

m	dm	cm	mm
6	3	8	
638 cm			

EN MILÍMETROS

m	dm	cm	mm
6	3	8	0
6.380 mm			

6,38 m = 63,8 dm = 638 cm = 6.380 mm

Pasar de unas unidades a otras es fácil si se utiliza el cuadro de unidades. Así, **342 dm** se puede expresar en otras unidades, como se indica a continuación.

CUADRO DE UNIDADES

mam	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
0	0	0	3	4	2			0,00342 mam
	0	0	3	4	2			0,0342 km
		0	3	4	2			0,342 hm
			3	4	2			3,42 dam
			3	4	2			34,2 m
			3	4	2			342 dm
			3	4	2	0		3.420 cm
			3	4	2	0	0	34.200 mm

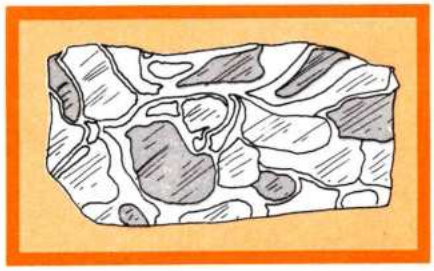
En este cuadro de unidades, el trazo azul indica la unidad elegida en cada caso.

1. Observa la medida 86 m en el cuadro de unidades.

Expresa estas medidas en las unidades que se indican.

mam	km	hm	dam	m	dm	cm	mm	
0	0	0	8	6				... mam
	0	0	8	6				... km
		0	8	6				... hm
			8	6				... dam
			8	6				86 m
			8	6	0			... dm
			8	6	0	0		... cm
			8	6	0	0	0	... mm

4. Cambios de unidad con el cuadro de unidades. II.



La masa de un bloque de mármol es **3.745 kg** y **826 gramos.**

Podemos expresar esta masa en diferentes unidades.

La raya azul indica la unidad elegida en cada caso.

Utilizando el cuadro de unidades se puede fácilmente expresar una medida en diferentes unidades.

CUADRO DE UNIDADES

t	q	mag	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
3	7	4	5	8	2	6				3,745826 t
3	7	4	5	8	2	6				37,45826 q
3	7	4	5	8	2	6				374,5826 mag
3	7	4	5	8	2	6				3.745,826 kg
3	7	4	5	8	2	6				37.458,26 hg
3	7	4	5	8	2	6				374.582,6 dag
3	7	4	5	8	2	6				3,745.826 g
3	7	4	5	8	2	6	0			37,458.260 dg
3	7	4	5	8	2	6	0	0		374,582.600 cg
3	7	4	5	8	2	6	0	0	0	3.745,826.000 mg

1. Lee atentamente:

La masa de una viga de hierro es 658 kg y 476 g.

Con ayuda del cuadro de unidades siguiente, expresa esta medida en las unidades que se indican.

t	q	mag	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	
										... t
										... q
										... mag
										... kg
										... hg
										... dag
										... g
										... dg
										... cg
										... mg

2. Completa:

3 g = ... dag ⟶ 3 : 10 = ...

4 g = ... dag ⟶ 4 : 10 = ...

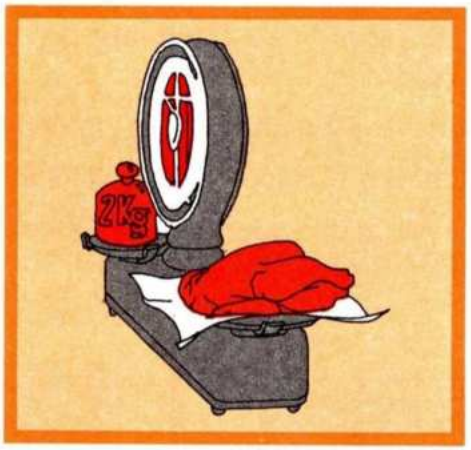
6 g = ... dag ⟶ 6 : 10 = ...

7 g = ... dag ⟶ 7 : 10 = ...

8 g = ... hg ⟶ 8 : 100 = ...

9 g = ... hg ⟶ 9 : 100 = ...

5. Expresión de una medida con la unidad adecuada.



Observa la balanza. La masa del pollo es 2 kg.

Podemos expresar la masa del pollo en otras unidades de masa.

En toneladas → 0,002 t
En quintales → 0,02 q
En gramos → 2.000 g
En miligramos → 2.000.000 mg

Se observa que la unidad más adecuada para expresar la masa del pollo es el kilogramo, porque con esta unidad la medida es un número sencillo: 2 kg.

Observa las siguientes medidas.

Medidas utilizando unidades inadecuadas		Medidas utilizando unidades adecuadas
Capacidad de un tonel	700.000 ml	Capacidad de un tonel → 700 l
Capacidad de una cuchara	0,00005 kl	Capacidad de una cuchara → 5 cl
Masa de un tomate	0,00015 t	Masa de un tomate → 150 g
Masa de un elefante	3.500.000 g	Masa de un elefante → 3.500 kg
Longitud de un alfiler	0,00004 km	Longitud de un alfiler → 4 cm

Observa que cuando se utilizan unidades inadecuadas resultan números con muchos ceros. Eligiendo una unidad adecuada con la cantidad que se mide, se obtienen números más sencillos.

Eligiendo una unidad adecuada es posible siempre expresar el resultado de una medida por un número que no sea ni muy grande ni muy pequeño.

1. Expresa las siguientes medidas en una unidad adecuada.

De esta forma las medidas quedarán expresadas por números sencillos.

- La altura del pico Everest es 888.000 cm.
- La distancia de la Luna a la Tierra es 384.400.000.000 mm.
- La masa de una píldora es 0,000003 t.
- La capacidad de un tonel es 600.000 ml.

2. De las siguientes unidades propuestas, elige la que estimes más acertada:

	Medidas propuestas				Estimación
Longitud del río Ebro	100 m	3.000 m	927 km	800 dam	
Masa de una manzana	1.000.000 cg	10 g	160 g	45 kg	
Altura de una puerta	2 m	3 km	20 mm	20 cm	

Ejercicios y problemas

1. Expresa 0,06 hl:

a) en kl; c) en l;
b) en dal; d) en ml.

2. Expresa 85 kg:

a) en q; c) en dag;
b) en t; d) en mg.

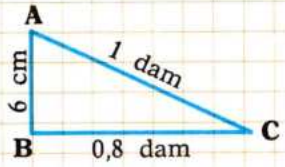
3. Expresa 463 dm:

a) en m; c) en km;
b) en hm; d) en mm.

4. Dibuja un segmento de 0,5 dm y otro de 0,2 dm.

5. ¿Cuánto suman las longitudes de los lados del triángulo **ABC**?

Expresa el resultado en dm.



6. La altura de un jugador de baloncesto es 2 m, 1 dm y 8 cm. Expresa su altura:

a) en m; b) en dm; c) en cm.

7. Una habitación mide 4,53 m de largo y 3,20 cm de ancho.

Expresa estas dimensiones en centímetros.

8. Una señora ha comprado 3,5 kg de naranjas a 50 ptas. el kilo; 2,5 kg de uvas a 60 ptas. el kg, y 0,75 kg de queso a 400 ptas. el kg.

¿Cuánto pesa la compra?

¿Cuál es su valor?

9. Luis pesa 21,75 kg, y Juan, 32,25 kg.

¿Cuántos gramos pesa Juan más que Luis?

¿Cuántos kilos pesan los dos juntos?

10. Una caja pesa 2,7 kg y otra pesa la tercera parte que ésta.

¿Cuántos gramos pesa la segunda?

¿Cuántos gramos pesan las dos juntas?

11. Una carretilla llena de arena pesa 82,5 kg.

Completa:

	Número de carretillas								
	1	2	3	4	7	10	12	15	20
Peso en kg	82,5								

12. Un recipiente contiene 35,28 kl de gasolina, otro 25,648 l y un tercero 560 hl.

¿Cuántos litros de gasolina hay en los tres depósitos?

13. En un puerto se cargan en un barco 32 q de trigo y en otro puerto se cargan en el mismo barco 35,64 q.

¿Cuántos kilos de trigo se han cargado en el barco?

14. En una frutería se han vendido en una semana 32,6 q de fruta; en la siguiente semana se vendieron 28,5 kg menos, y en la tercera semana se vendieron como en las dos primeras semanas.

¿Cuántos kilos de fruta vendieron la segunda semana?

¿Y en la tercera semana?

¿Y en las tres semanas?

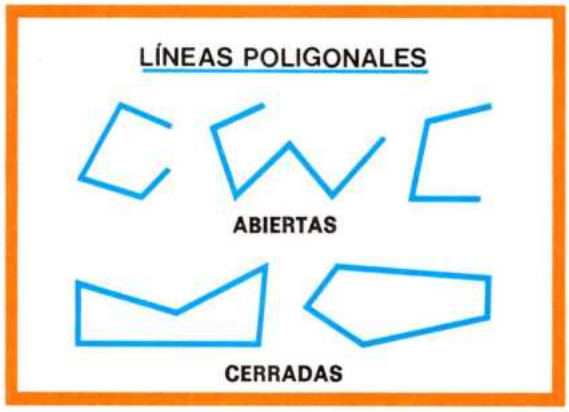
15. Expresa las siguientes medidas en una unidad adecuada:

- La distancia de Madrid a Burgos es 239.000 m.
- La altura de una torre es 0,02 km.
- El peso de una aspirina es 0,00006 t.
- La capacidad de un vaso es 0,006 hl.
- La capacidad de una piscina es 46.000.000 ml.

16. Rodea la cantidad que estimes más correcta:

Peso de un niño de cuarto	Altura de una casa	Capacidad de una jarra
100 kg	3 dm	3 hl
30 kg	12 m	4 dal
8 kg	3 km	1,5 l
30 cg	60 hm	6 ml

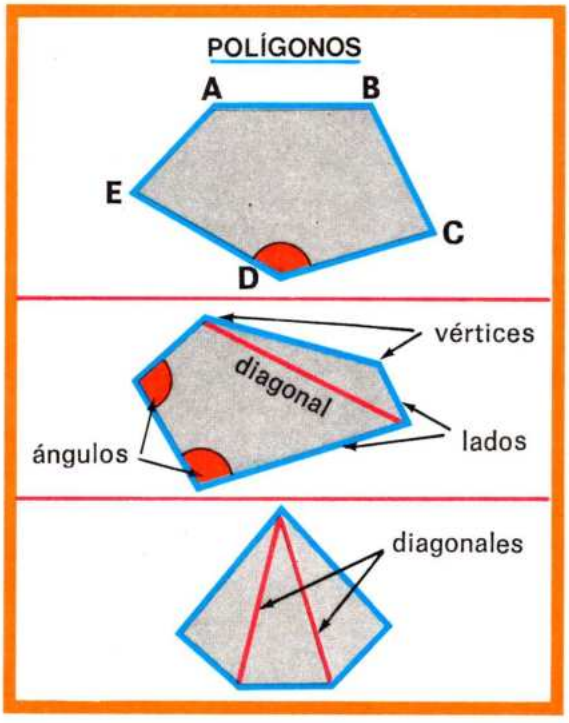
1. Polígonos: elementos.



Líneas poligonales

Las **líneas poligonales** están formadas por segmentos.

- **Líneas poligonales abiertas** son las que tienen sus extremos libres.
- **Líneas poligonales cerradas** son las que no tienen sus extremos libres.



Polígono

Observa que el interior de la línea poligonal **ABCDE** se ha coloreado. La línea poligonal **ABCDE** y su interior forman un polígono.

- **Borde o contorno** del polígono es la línea poligonal cerrada que lo limita.
- **Lados** del polígono son cada uno de los segmentos de la línea poligonal.
- **Vértices** del polígono son cada uno de los puntos donde se unen dos lados.
- **Ángulos** del polígono son los ángulos interiores que forman los lados.
- **Diagonales** de un polígono son segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

  Mediante diagonales se puede descomponer un polígono en triángulos.

Polígono es la parte de plano limitada por una línea poligonal cerrada.

1. Dibuja:

- Tres líneas poligonales abiertas y tres cerradas.
- Una línea poligonal cerrada de cuatro segmentos. Pinta de azul su interior.

  ¿Cuántos vértices tiene el polígono que has dibujado?

  ¿Cuántos ángulos?

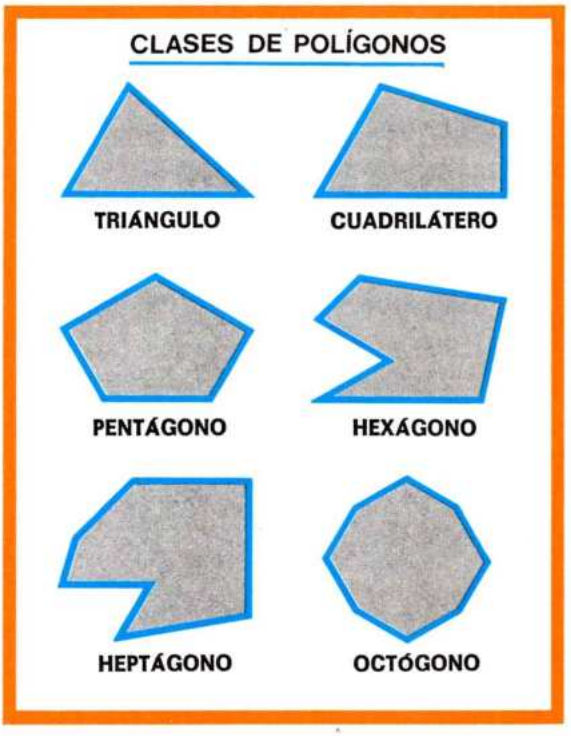
  ¿Cuántas diagonales?

2. Traza un polígono de cinco lados:

- Traza todas las diagonales que partan de un mismo vértice.

  ¿En cuántos triángulos se ha descompuesto el polígono?

2. Clasificación de los polígonos.

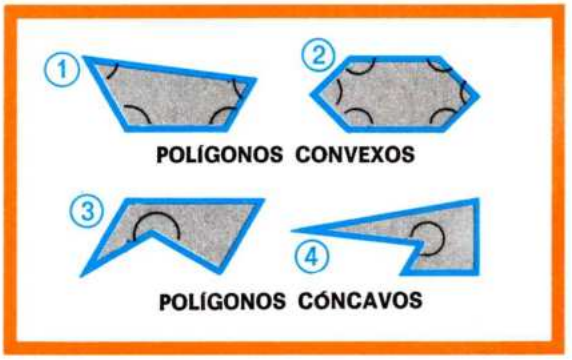


Clasificación de los polígonos por el número de lados

Según el número de lados, los polígonos se clasifican en:

- **Triángulos,** si tienen 3 lados.
- **Cuadriláteros,** si tienen 4 lados.
- **Pentágonos,** si tienen 5 lados.
- **Hexágonos,** si tienen 6 lados.
- **Heptágonos,** si tienen 7 lados.
- **Octógonos,** si tienen 8 lados.
- **Eneágonos,** si tienen 9 lados.
- **Decágonos,** si tienen 10 lados.

En general, se nombran dando el número de lados: **polígono de 13 lados, polígono de 23 lados,** etc.



Polígonos convexos y polígonos cóncavos

Observa que los polígonos (1) y (2) tienen todos sus ángulos convexos. Por eso son **polígonos convexos.**

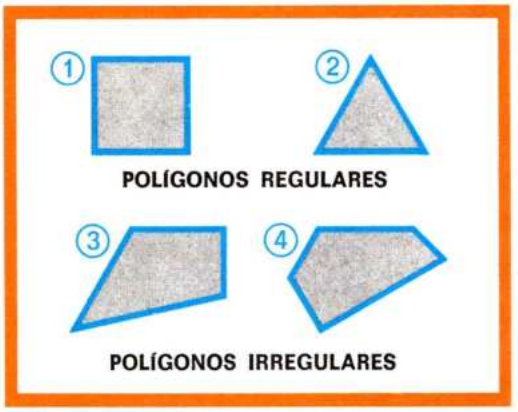
Los polígonos (3) y (4) tienen algún ángulo cóncavo. Por eso son **polígonos cóncavos.**

Polígono convexo es aquel que tiene todos sus ángulos convexos.
Polígono cóncavo es aquel que tiene algún ángulo cóncavo.

1. Completa:

Número de lados						
Número de vértices						
Número de ángulos						
¿Es cóncavo?						
¿Es convexo?						
Nombre						

3. Polígonos regulares e irregulares. Perímetro de un polígono.

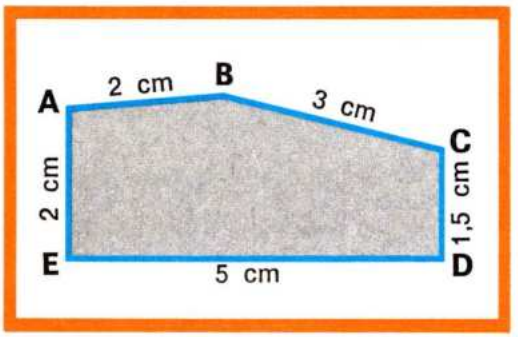


Polígonos regulares y polígonos irregulares

Observa los polígonos ① y ② Todos sus lados son iguales y todos sus ángulos también son iguales. Son **polígonos regulares.**

Los polígonos ③ y ④ no tienen todos los lados iguales o no tienen todos los ángulos iguales. Son **polígonos irregulares.**

Polígono regular es aquel que tiene todos sus lados iguales y todos sus ángulos también iguales.



Perímetro de un polígono

Observa las medidas de los lados del pentágono.

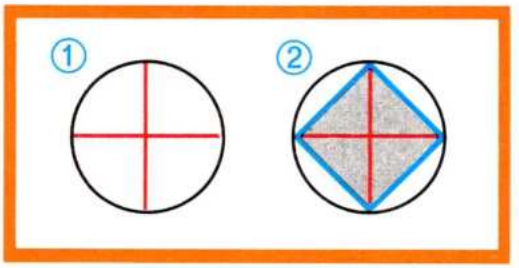
La medida del borde se llama **perímetro.**

Para obtener el perímetro se suman las longitudes de los lados.

5 cm + 2 cm + 2 cm + 3 cm + 1,5 cm = 13,5 cm

Perímetro del polígono **ABCDE = 13,5 cm.**

El perímetro de un polígono es la medida de su borde o contorno. Para hallar el perímetro de un polígono se suman las longitudes de sus lados.



Construcción del polígono regular de 4 lados

Observa cómo puedes construir un polígono regular de 4 lados, es decir, el cuadrado.

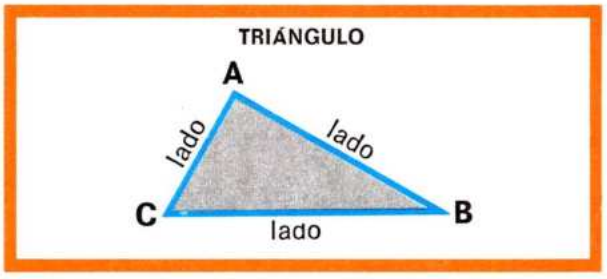
① Se traza una circunferencia y se trazan dos diámetros perpendiculares.

② Después se unen los extremos de los diámetros.

1. Mide con la regla graduada los lados de estos polígonos:

2. Calcula el perímetro de los polígonos anteriores.

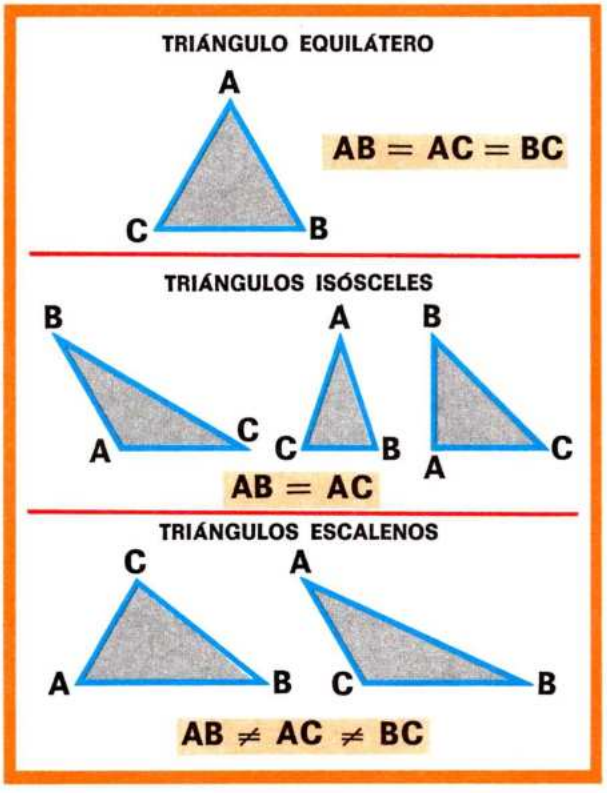
4. Triángulos. Clasificación según sus lados.



El triángulo

El triángulo es el polígono que tiene tres lados.

Con dos lados no puede formarse ningún polígono. Por eso el triángulo es el polígono de menor número de lados.



Los triángulos según sus lados

Según las longitudes de sus lados, los triángulos pueden ser: equiláteros, isósceles y escalenos.

- **Triángulo equilátero** es el que tiene los tres lados iguales.

  En este caso tiene iguales los tres ángulos. Por eso es un polígono regular.

- **Triángulo isósceles** es el que tiene dos lados iguales.

  En este caso los ángulos opuestos a los lados iguales son también iguales.

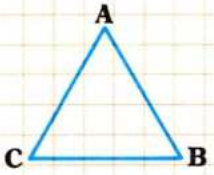
- **Triángulo escaleno** es el que tiene los tres lados desiguales.

  En este caso también los tres ángulos son desiguales.

1. Contesta:

- ¿Por qué el triángulo equilátero es un polígono regular?
- ¿Cuál es el perímetro de un triángulo equilátero si un lado mide 7 cm?

2. Observa el triángulo de la figura:

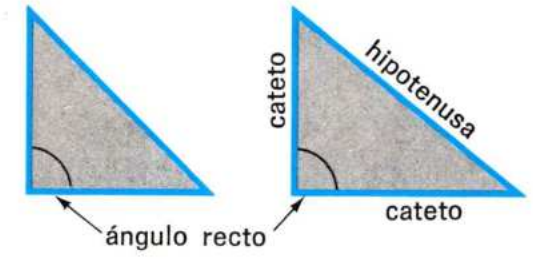


- Mide dos lados de este triángulo.
- ¿Cómo se llama este triángulo? ¿Por qué?
- Calcula su perímetro.

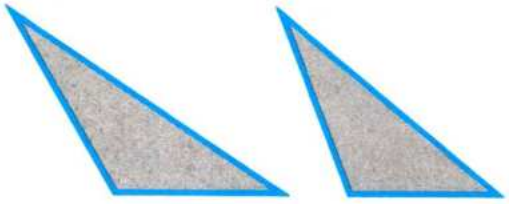
3. Resuelve:

El perímetro de un triángulo equilátero es 48 metros.
¿Cuántos metros mide cada lado?

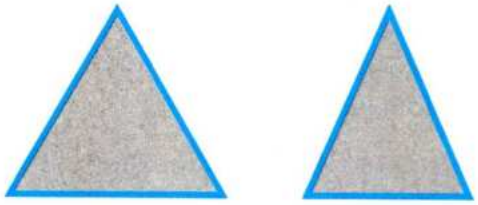
5. Triángulos. Clasificación según sus ángulos.



TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS



TRIÁNGULOS OBTUSÁNGULOS



TRIÁNGULOS ACUTÁNGULOS

Los triángulos según sus ángulos

Según sus ángulos, los triángulos pueden ser rectángulos, acutángulos y obtusángulos.

- **Triángulo rectángulo** es el que tiene un ángulo recto.

  Los lados que forman el ángulo recto se llaman **catetos.**

  El lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa.**

- **Triángulo obtusángulo** es el que tiene un ángulo obtuso.

  El lado opuesto al ángulo obtuso es el lado mayor del triángulo.

- **Triángulo acutángulo** es el que tiene sus tres ángulos agudos.

1. Indica con una cruz en las casillas correspondientes cómo son los triángulos según sus lados y según sus ángulos.

Equilátero					
Isósceles					
Escaleno					
Rectángulo					
Obtusángulo					
Acutángulo					

2. Dibuja:

- Un triángulo rectángulo que sea isósceles. Señala los catetos y la hipotenusa.
- Un triángulo obtusángulo que sea isósceles.
- Un triángulo acutángulo que sea isósceles.

Ejercicios y problemas

1. Dibuja un polígono de 6 lados y traza todas las diagonales que parten del mismo vértice.
¿Cuántos triángulos se forman?

2. Dibuja un hexágono y traza todas las diagonales posibles.
¿Cuántas diagonales tiene un hexágono?

3. ¿Cuál es el polígono de menor número de lados?

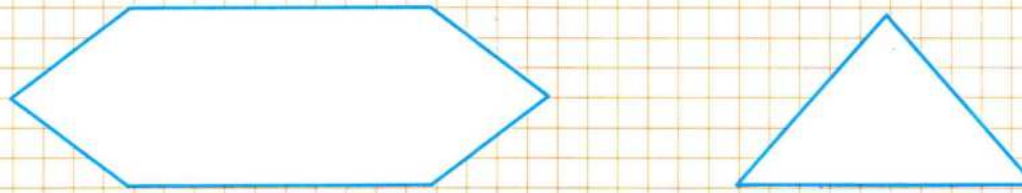
4. En un hexágono regular un lado mide 9 cm. ¿Cuánto mide su perímetro?

5. ¿Cuál es el perímetro de un triángulo equilátero de 10 cm de lado?

6. El triángulo equilátero, ¿cómo es según sus ángulos?

7. Dibuja un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan 6 cm.

8. Calcula en centímetros el perímetro de los siguientes polígonos:



9. El perímetro de un triángulo equilátero es 186 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

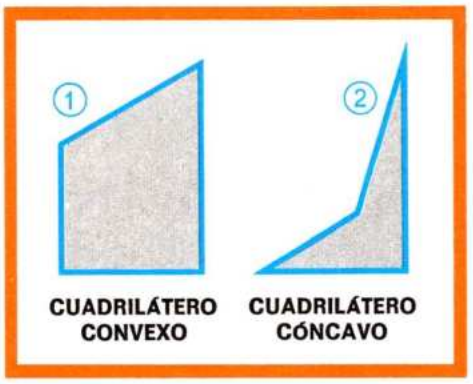
10. Averigua con tu regla graduada el perímetro de los siguientes polígonos:

11. El perímetro de un triángulo es 144 cm. Un lado mide 60 cm y el otro 36 cm.
¿Cuánto mide el otro lado?

12. Tacha las parejas de triángulos que no puedan darse:

Equilátero y rectángulo	**Equilátero y obtusángulo**
Obtusángulo e isósceles	**Acutángulo e isósceles**
Rectángulo y escaleno	**Acutángulo y escaleno**

1. Cuadriláteros. Clasificación.

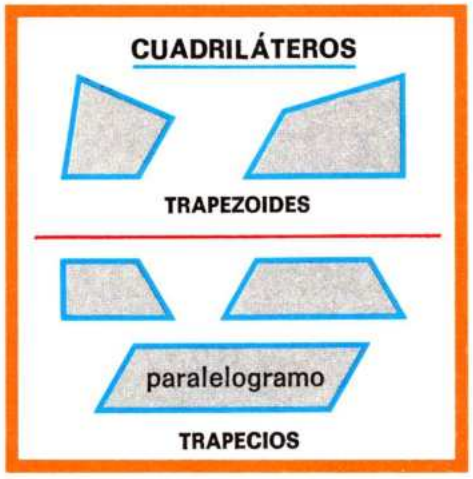


Los cuadriláteros

Cuadriláteros son los polígonos de cuatro lados.

- El cuadrilátero ① tiene los 4 ángulos convexos. Por eso es un **cuadrilátero convexo.**
- El cuadrilátero ② tiene un ángulo cóncavo; se dice que es un **cuadrilátero cóncavo.**

De ahora en adelante nos referiremos sólo a los cuadriláteros convexos.

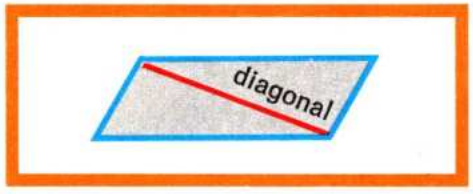


Clasificación de los cuadriláteros

Los cuadriláteros convexos se clasifican en trapezoides y trapecios.

- Son **trapezoides** los que no tienen los lados paralelos.
- Son **trapecios** los que tienen dos lados paralelos.

  Los trapecios que tienen los lados paralelos dos a dos son **paralelogramos.**



Diagonales de un cuadrilátero

Una diagonal divide a un cuadrilátero convexo en dos triángulos.

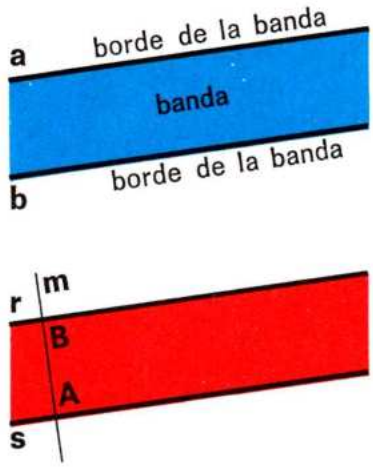
Cada cuadrilátero tiene dos diagonales.

Cuadrilátero es un polígono de cuatro lados.
Trapezoide es el cuadrilátero que no tiene los lados paralelos.
Trapecio es el cuadrilátero que tiene dos lados paralelos.
Paralelogramo es el trapecio que tiene los lados paralelos dos a dos.

1. Tacha los cuadriláteros cóncavos:

2. Colorea de rojo los trapecios y de azul los trapezoides:

2. Intersección de bandas de plano.



Banda de plano

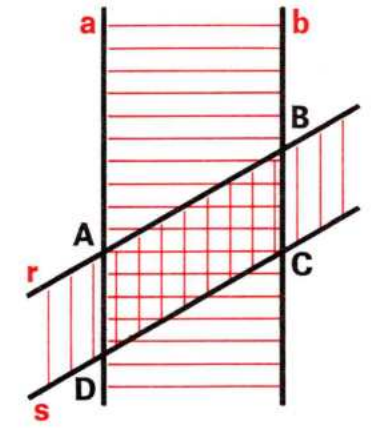
Observa las rectas paralelas **a** y **b**.

Las rectas paralelas **a** y **b** limitan una región del plano (parte coloreada de azul) llamada **banda de plano.**

Las rectas **a** y **b** son los bordes de la banda.

Observa la banda coloreada de rojo.

- En la banda coloreada de rojo los bordes son las rectas paralelas **r** y **s.**
- La recta **m** es perpendicular a **r** y **s,** que determinan el segmento **AB.** La longitud del segmento **AB** se llama **anchura de la banda.**



Intersección de bandas

En la figura hay dos bandas que se cortan:

- La banda que tiene por bordes las paralelas **a** y **b.**
- La banda que tiene por bordes las paralelas **r** y **s.**

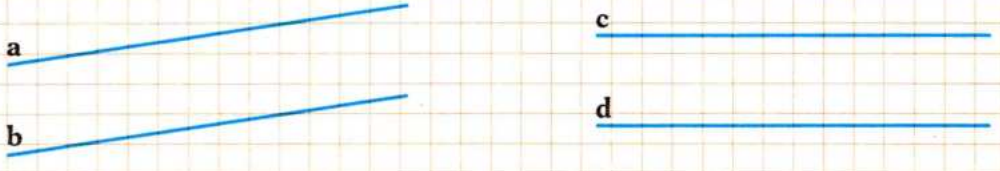
La intersección de las dos bandas se llama **paralelogramo** (es la parte cuadriculada).

- El lado **AB** es paralelo a **DC** porque **r** es paralela a **s.**
- El lado **AD** es paralelo a **BC** porque **a** es paralela a **b.**

Así el cuadrilátero **ABCD** tiene los lados opuestos paralelos, es decir, los cuatro lados paralelos dos a dos. Por eso es un paralelogramo.

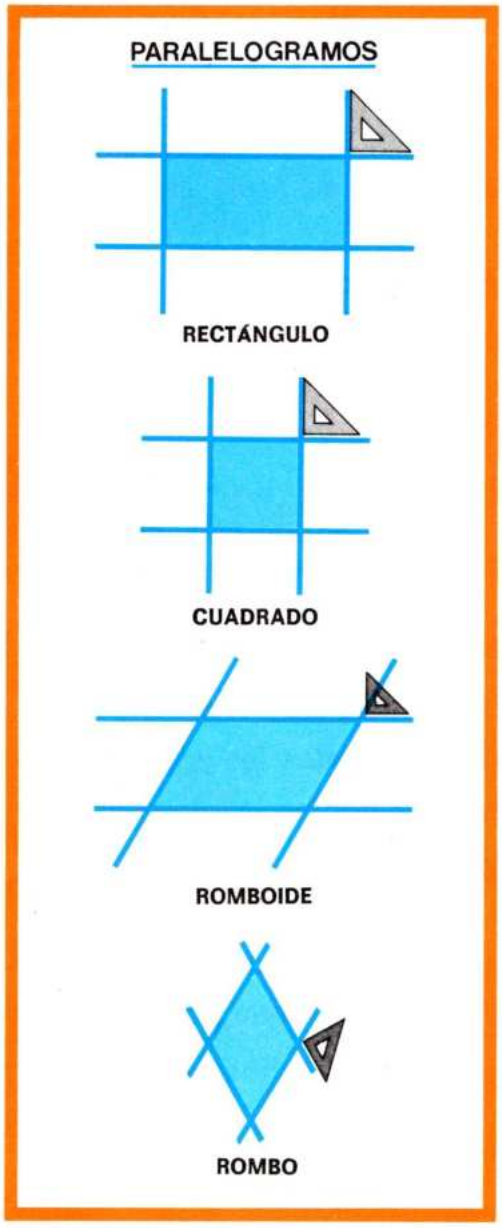
Banda de plano es una región del plano limitada por dos rectas paralelas.
Bordes de una banda son las rectas paralelas que la limitan.
Un paralelogramo es la intersección de dos bandas de plano.

1. Observa las figuras:



- Colorea las bandas que determinan las rectas paralelas **a** y **b** y **c** y **d.**
- Traza una banda que corte a cada una de las dadas.
- Marca los bordes de los paralelogramos formados.

3. Paralelogramos.



Clases de paralelogramos

Acabamos de ver que un paralelogramo es la intersección de dos bandas del plano.

Según que las bandas sean o no perpendiculares y según que tengan o no la misma anchura resultan los siguientes paralelogramos:

- El **rectángulo** es la intersección de dos bandas perpendiculares.

  El rectángulo tiene cuatro ángulos rectos.

- El **cuadrado** es la intersección de dos bandas perpendiculares de la misma anchura.

  El cuadrado tiene los cuatro lados iguales y los cuatro ángulos rectos.

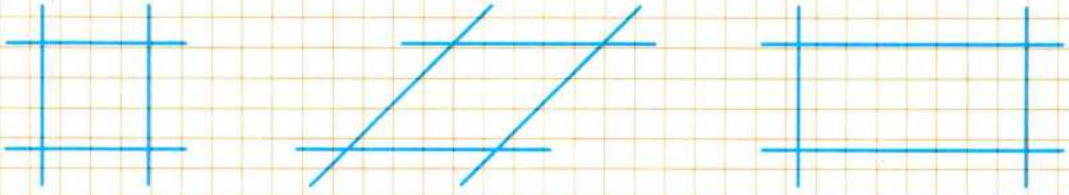
- El **romboide** es la intersección de dos bandas no perpendiculares y de distinta anchura.

- El **rombo** es la intersección de dos bandas de la misma anchura.

  El rombo tiene los cuatro lados iguales.

1. Dibuja en tu cuaderno dos bandas que se corten perpendicularmente y otras dos bandas que no sean perpendiculares.

2. Mira atentamente los dibujos:



- Utiliza tu escuadra para averiguar en qué caso se cortan perpendicularmente las bandas. ¿En qué caso las bandas que se cortan tienen la misma anchura?

Ejercicios y problemas

1. Dibuja en tu cuaderno dos cuadriláteros cóncavos y dos cuadriláteros convexos.

2. Dibuja dos trapecios y dos trapezoides.

3. Mide el largo y el ancho de tu mesa y calcula su perímetro.

4. ¿Qué condición tiene que cumplir un cuadrilátero para ser trapecio?

5. ¿En qué se parecen y en qué se diferencian un rectángulo y un cuadrado?

6. En las siguientes frases hay una cuyo significado es falso. Señálala.

- Las diagonales del rombo son perpendiculares.
- Las diagonales del cuadrado son iguales y perpendiculares.
- Las diagonales del rectángulo son iguales y perpendiculares.

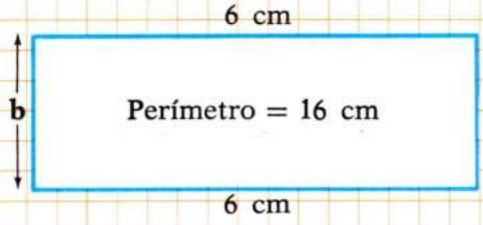
7. Contesta:

- ¿Qué paralelogramos tienen los cuatro ángulos rectos?
- ¿Qué paralelogramos tienen dos ángulos agudos y dos obtusos?

8. El perímetro de un cuadrado es 143,2 cm. ¿Cuántos centímetros mide cada lado?

9. Halla en metros el perímetro de un campo en forma de rombo de lado 85 dam.

10. Calcula el ancho **b** del rectángulo con los datos que se indican.



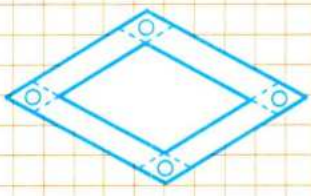
11. El perímetro de un rombo es 62,4 cm. ¿Cuánto mide el lado?

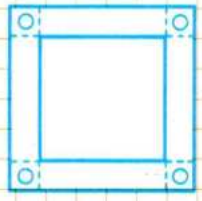
12. Un campo de forma rectangular tiene 12 hm de largo y 15 dam de ancho. Se rodea por un triple alambre.

¿Cuántos metros de alambre se necesitan?

13. Recorta cuatro tiras de cartón y haz orificios en los extremos. Une estos extremos.

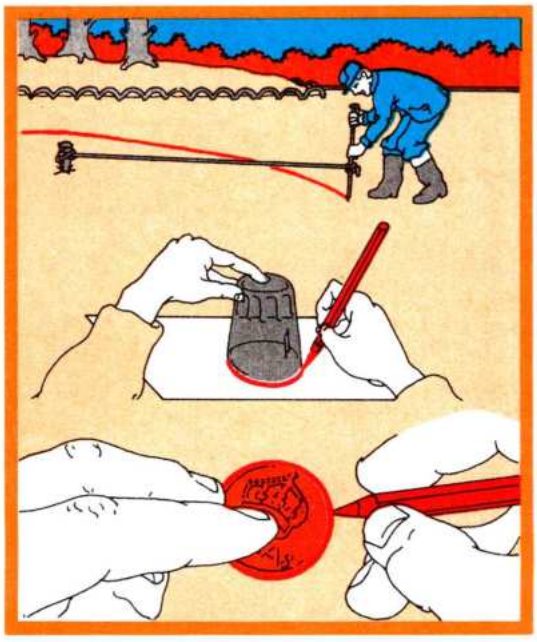
Así formas una figura que en unos momentos será un rombo y en otros un cuadrado.





Según esta experiencia, ¿qué diferencia hay entre un rombo y un cuadrado?

1. Circunferencia. Trazado.



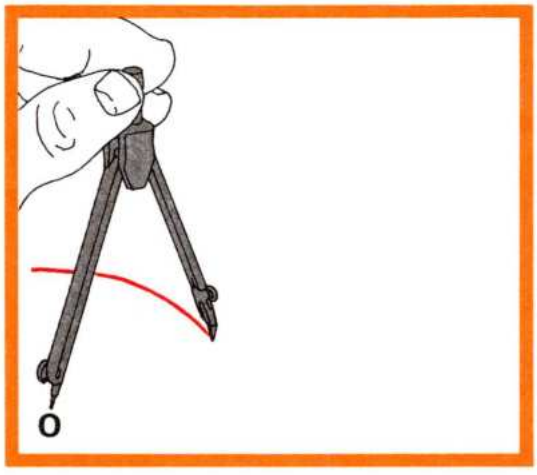
Trazado de circunferencias

Hay muchas formas de trazar una circunferencia.

El jardinero emplea una cuerda fijada al suelo con una estaca. En el otro extremo lleva un hierro para marcar la circunferencia.

Observa cómo se traza una circunferencia con un vaso. Para ello se pasa el lápiz por el borde del vaso.

Con una moneda también se puede trazar una circunferencia.



Trazado de circunferencias con compás

La forma más usual de trazar una circunferencia es utilizando el compás.

Para ello se coloca el compás en un punto **O** y se gira una vuelta completa.

El punto **O** donde se apoya la punta metálica del compás se llama **centro** de la circunferencia.

Si el compás no se abre ni se cierra durante el giro, todos los puntos de la circunferencia estarán a la misma distancia del centro.

Circunferencia es una línea curva y plana que tiene la propiedad de que todos sus puntos distan igual del centro.

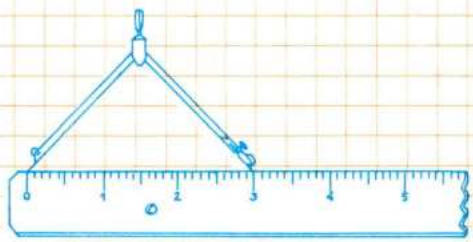
1. Escribe el nombre de cuatro objetos cuyo borde sea una circunferencia.

2. Construye una circunferencia utilizando una moneda y otra utilizando el compás.

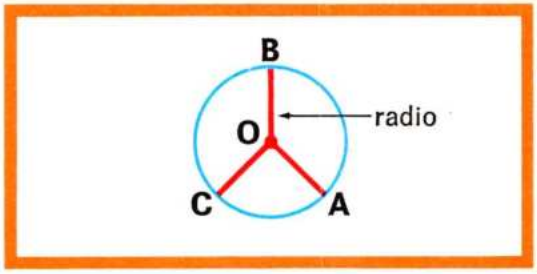
3. Abre el compás 3 cm y traza una circunferencia.

Une con segmentos el centro y dos puntos de la circunferencia.

¿Cuál es la distancia del centro a cada uno de esos puntos?



2. Radio. Arco. Cuerda. Diámetro.

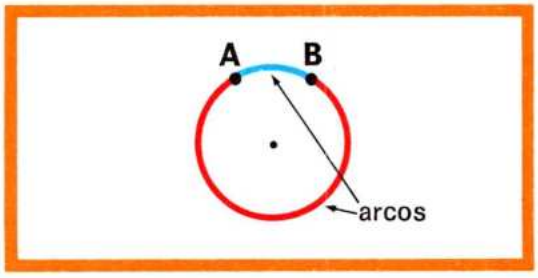


Radio

Observa los segmentos **OA, OB** y **OC,** que unen el centro **O** con los puntos **A, B** y **C** de la circunferencia.

Todos estos segmentos son iguales y se llaman **radios.**

Radio de una circunferencia es un segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

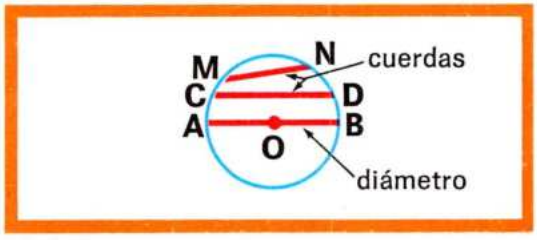


Arco

Observa esta circunferencia. Los puntos **A** y **B** dividen a la circunferencia en dos partes llamadas **arcos.** El arco menor es el de color azul, y el arco mayor es el de color rojo.

Para referirnos al arco menor escribiremos $\overset{\frown}{AB}$.

Arco es la parte de circunferencia comprendida entre dos puntos.



Cuerda y diámetro

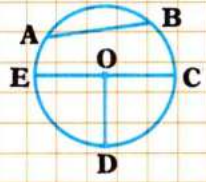
Los segmentos **MN, CD** y **AB** unen dos puntos de la circunferencia y se llaman **cuerdas.**

La cuerda **AB,** por pasar por el centro, se llama **diámetro.**

Cuerda es un segmento que une dos puntos de la circunferencia.

Diámetro es el segmento que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro.

1. Observa la circunferencia del dibujo:



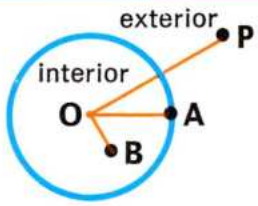
- Colorea de verde el arco $\overset{\frown}{AB}$.
- Mide los radios **OC, OD** y **OE** y comprueba que son iguales.

  ¿Cuántas veces es mayor el diámetro **EC** que el radio **OC**?

2. Contesta a estas preguntas:

- El radio de una circunferencia mide 3 cm. ¿Cuánto mide su diámetro?
- ¿Hay alguna cuerda que sea mayor que un diámetro?
- ¿Cuántos radios puedes trazar en una circunferencia? ¿Y diámetros?

3. Posiciones de un punto, de una recta y de una circunferencia.

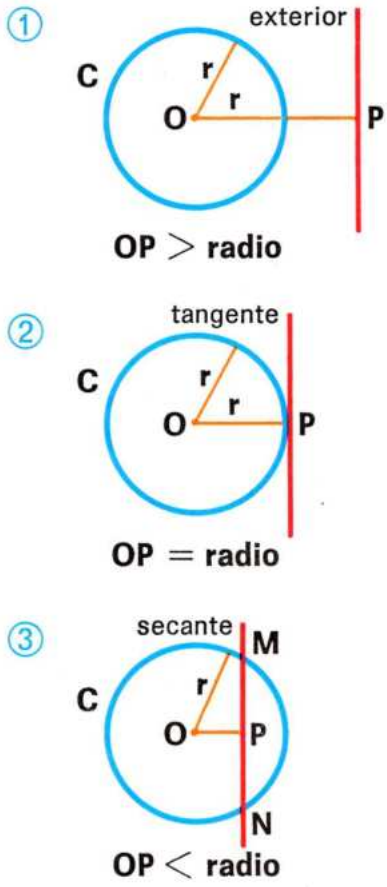


Segmento OP > radio
Segmento OA = radio
Segmento OB < radio

Posiciones de un punto respecto de una circunferencia

Observa la posición de los puntos **P**, **A** y **B** respecto de la circunferencia.

- El punto **P** es **exterior** y su distancia al centro es mayor que el radio.
- El punto **A** está en la circunferencia y su distancia al centro es igual al radio.
- El punto **B** es **interior** y su distancia al centro es menor que el radio.



Posiciones de una recta respecto de una circunferencia

① **La recta r es exterior a la circunferencia C.**

En este caso:

- La recta no tiene puntos comunes con la circunferencia: $r \cap C = \varnothing$.
- La distancia del centro a la recta es mayor que el radio.

② **La recta r es tangente a la circunferencia C.**

En este caso:

- La recta tiene un punto común **P** con la circunferencia, que se llama **punto de contacto:** $r \cap C = \{P\}$.
- La distancia del centro a la recta es igual al radio.

③ **La recta r es secante a la circunferencia C.**

En este caso:

- La recta y la circunferencia tienen dos puntos comunes: $r \cap C = \{M, N\}$.
- La distancia del centro a la recta es menor que el radio.

1. Contesta a estas preguntas:

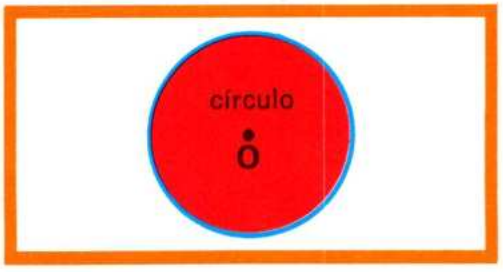
- Una circunferencia tiene 8 metros de radio. Ana está a 75 dm del centro. ¿Dónde está Ana, dentro o fuera de la circunferencia?
- Una recta y una circunferencia tienen dos puntos comunes. ¿Qué posición tienen?
- ¿Cuántos puntos comunes pueden tener una recta y una circunferencia?

4. Círculo. Semicircunferencia y semicírculo.

Círculo

Observa esta circunferencia de centro **O**.
La circunferencia está pintada de azul, y su interior, de rojo.

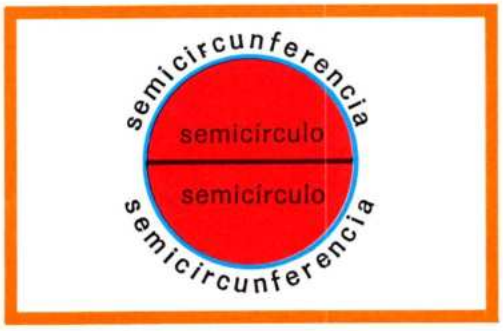
Si recortas la circunferencia por el borde te queda un **círculo.**



La circunferencia, junto con su interior, recibe el nombre de círculo.

La circunferencia, que es una línea, no se debe confundir con el círculo.

Círculo es la parte de plano limitado por la circunferencia.



Semicircunferencia y semicírculo

Un diámetro divide a la circunferencia en dos partes iguales. Cada parte es una **semicircunferencia.**

También divide al círculo en dos partes iguales. Cada parte es un **semicírculo.**

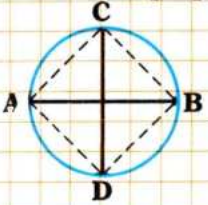
Semicircunferencia es la mitad de la circunferencia.
Semicírculo es la mitad del círculo.

1. Dibuja una circunferencia de 4 cm de radio.

Traza en ella un arco, una cuerda y un diámetro. Colorea una semicircunferencia de color rojo y la otra de color azul.

2. Observa el dibujo:

En cada circunferencia se han trazado dos diámetros perpendiculares **AB** y **CD.**



Mide con tu regla las cuerdas **AC, AD, DB** y **BC.**

¿Cómo son? ¿Cómo se llama el cuadrilátero **ABCD**?

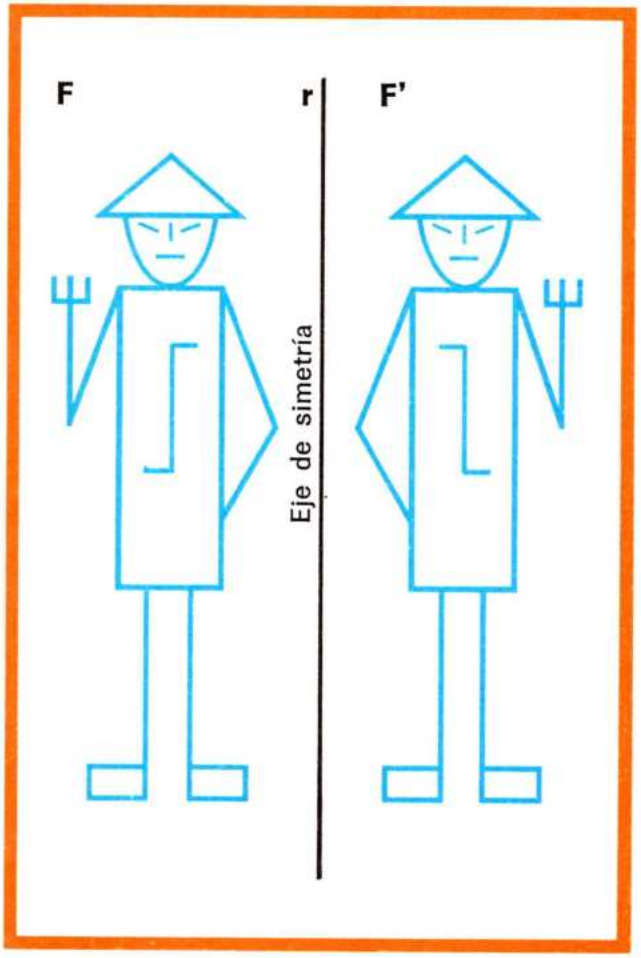
3. RECORTA Y PLIEGA:

- Traza una circunferencia en una cuartilla.
- Recorta por el borde de la circunferencia.
- El círculo que tienes, dóblalo de modo que el doblez pase por el centro.
- Traza con el lápiz el diámetro que resulta.
- Dobla de nuevo por el centro, de modo que los dos radios señalados coincidan.

  ¿En cuántas partes queda dividido el círculo? ¿Son iguales?
- Coloréalos en colores distintos.

  Une con un segmento los extremos de los dos diámetros. ¿Qué figura resulta?

1. Simetría respecto de un eje.



Observa la figura **F** de la izquierda.

Si se dobla el papel por la recta **r** y se calca la figura **F** se obtiene la figura **F'**.

Ambas figuras, **F** y **F'**, se dice que son **figuras simétricas** respecto de la recta **r.**

Esta recta **r** se llama **eje de simetría.**

1. CALCA Y PLIEGA:

- Calca estas figuras en un papel.
- Repasa las figuras con lápiz muy blando.
- Dobla el papel por la recta **r.** Procura que las figuras queden bien marcadas para que se vean después de doblarlas.
- Frota después con la uña. Al desdoblar el papel aparecerán las figuras simétricas de las dadas.

  ¿Cuál es el eje de simetría?

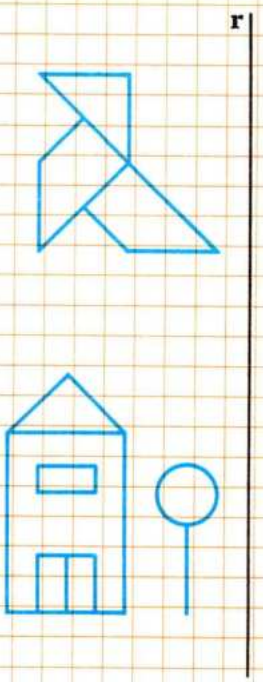
- Mide con la regla:

  a) La distancia al eje de las dos pajaritas simétricas.

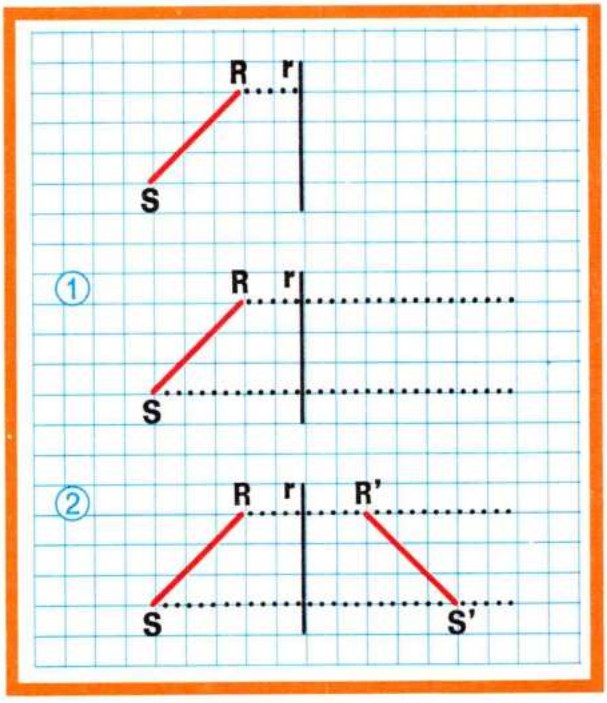
  b) La distancia al eje de los dos árboles simétricos.

  c) La distancia al eje de las dos casas simétricas.

  ¿Qué observas?



2. Simetrías sobre la cuadrícula.



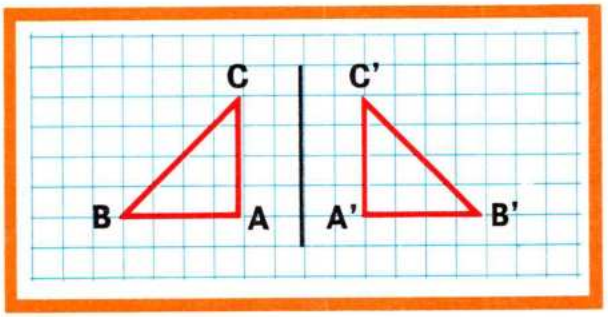
Utilizando la cuadrícula no es necesario doblar el papel para hallar la figura simétrica de otra respecto de un eje.

Observa cómo se halla el segmento simétrico del segmento **RS** respecto del eje **r.**

① Se traza una perpendicular al eje desde **R** y otra desde **S** (líneas de puntos).

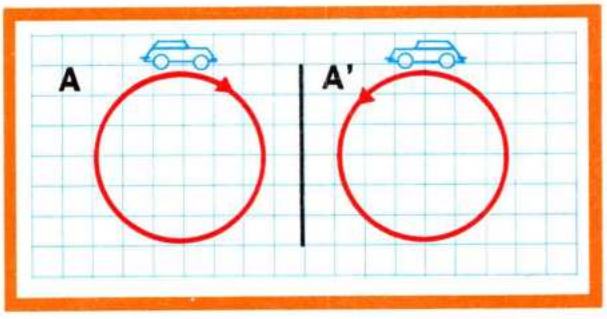
② Se cuentan los cuadrados que hay hasta el eje:
De **R** al eje ⟶ 2 cuadrados.
De **S** al eje ⟶ 5 cuadrados.

③ Se toman al otro lado del eje las mismas distancias. El punto **R'** (simétrico de **R**) está a 2 cuadrados del eje.
El punto **S'** (simétrico de **S**) está a 5 cuadrados del eje.



Fíjate en el triángulo **ABC** y su simétrico **A'B'C'**. Observa que:

- La distancia al eje de dos puntos simétricos es la misma.
- Las figuras simétricas son iguales, porque al doblar por el eje coinciden.



Observa la figura **A** y su simétrica **A'**.

En la figura **A** el coche recorre la circunferencia en el mismo sentido que las agujas de un reloj.

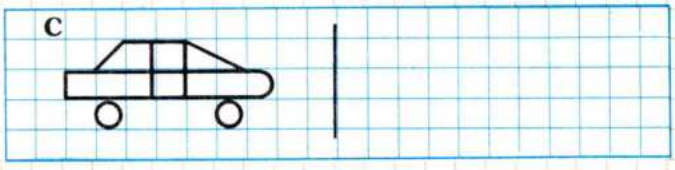
En la figura **A'** el coche recorre la circunferencia en sentido contrario.

La simetría cambia el sentido del movimiento.

1. Observa esta figura:

Halla la figura simétrica de **C** respecto del eje.

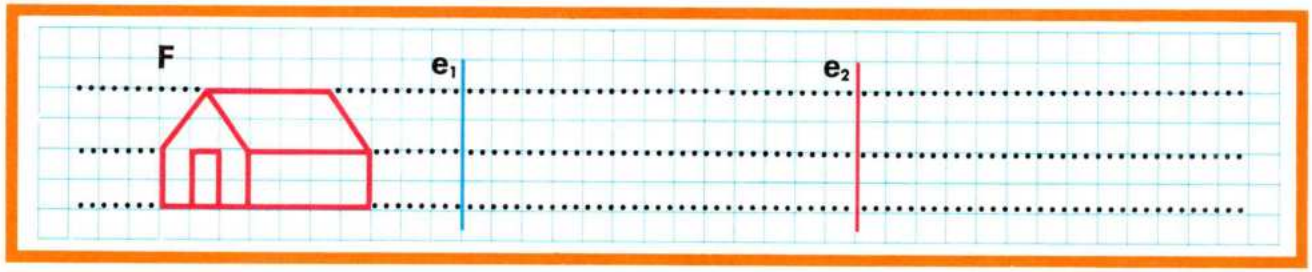
El coche **C** va de izquierda a derecha. ¿Cómo va el coche simétrico?



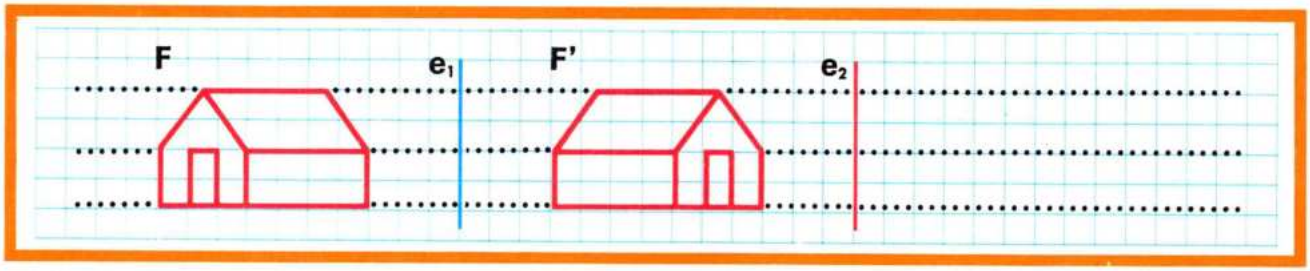
3. Simetrías sucesivas de ejes paralelos. Traslación.

Simetrías sucesivas

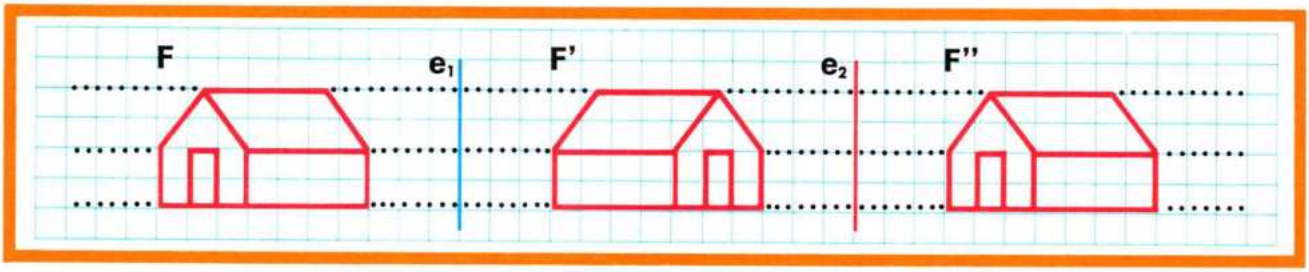
Observa la figura **F** y los dos ejes de simetría, e_1 y e_2, que son paralelos.



Vamos a hallar la figura simétrica de la figura **F** respecto del eje e_1 (eje azul). Así resulta que la figura **F** se transforma en la figura **F'**.



Hallemos ahora la figura simétrica de **F'** respecto del eje e_2 (eje rojo). Entonces la figura **F'** se transforma en la figura **F''**.

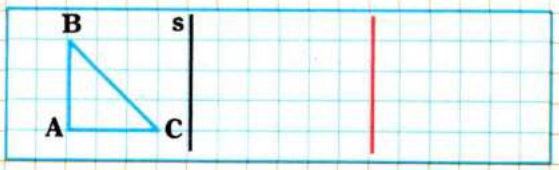


Traslación

Observa que para hacer coincidir la casita **F** con la casita **F''** no hay que **hacer ningún doblez.** Basta **trasladar** la casita **F** sobre las rectas de puntos (rectas guías). Por eso se dice que realizar dos simetrías sucesivas de ejes paralelos es lo mismo que hacer una **traslación.**

Trasladar una figura F es deslizar la figura en el plano sobre una recta.

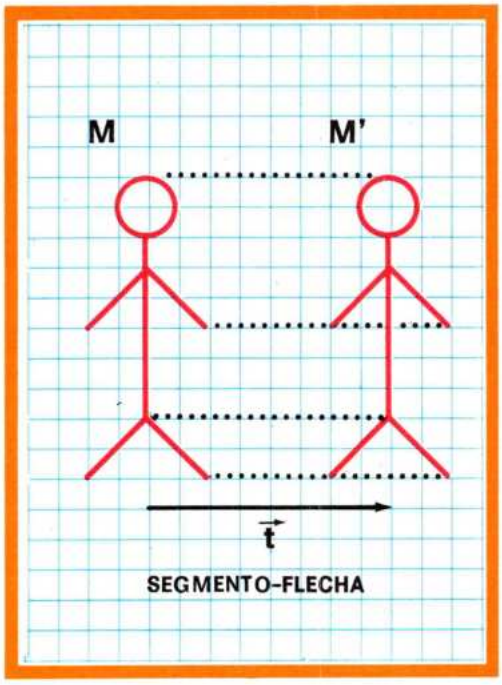
1. Observa esta figura:



Halla el simétrico **A'B'C'** del triángulo **ABC** respecto de la recta **s.**

Halla el simétrico del triángulo **A'B'C'** respecto del eje de color rojo.

4. Traslaciones sencillas sobre la cuadrícula. Traslaciones sucesivas.



Traslaciones sencillas sobre la cuadrícula

Para indicar que hay que trasladar el muñeco **M** 8 cuadrados a la derecha se dibuja un segmento que ocupa 8 cuadrados con una punta de flecha hacia la derecha. Este segmento orientado se llama **segmento-flecha** de la traslación, o simplemente **flecha.**

Para indicar que el segmento **t** es un segmento flecha se escribe $\vec{t}$.

Para trasladar el muñeco **M** según la flecha $\vec{t}$, cada punto del muñeco se desliza 8 cuadrados a la derecha, según indica el segmento-flecha $\vec{t}$.

Así resulta el muñeco **M'**.

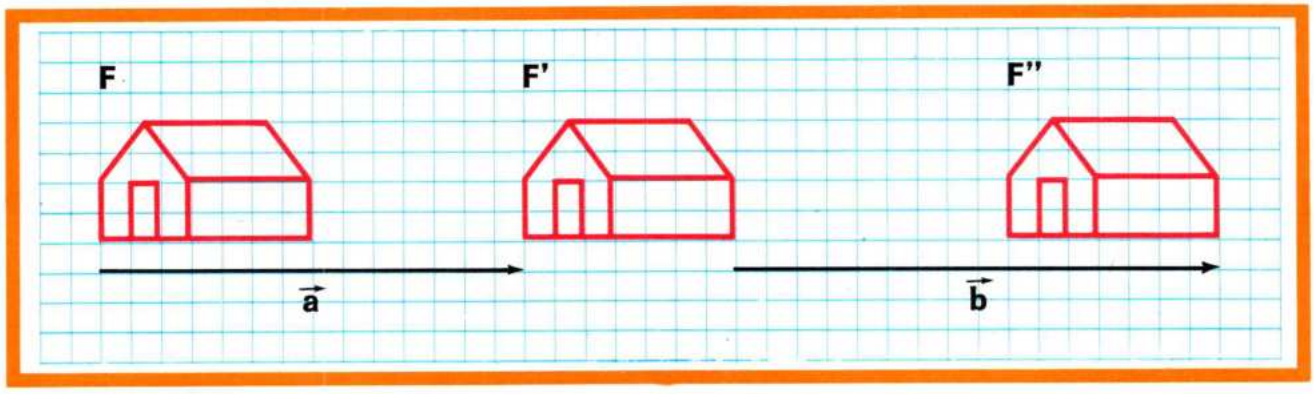
Observa que las rectas guías (rectas de puntos) son paralelas al segmento-flecha de la traslación.

Traslaciones sucesivas

Vamos a aplicar dos traslaciones seguidas a una figura.

1.° Mediante la traslación de segmento-flecha $\vec{a}$, la figura **F** pasa a **F'**, deslizando la figura **F** 14 cuadrados hacia la derecha.

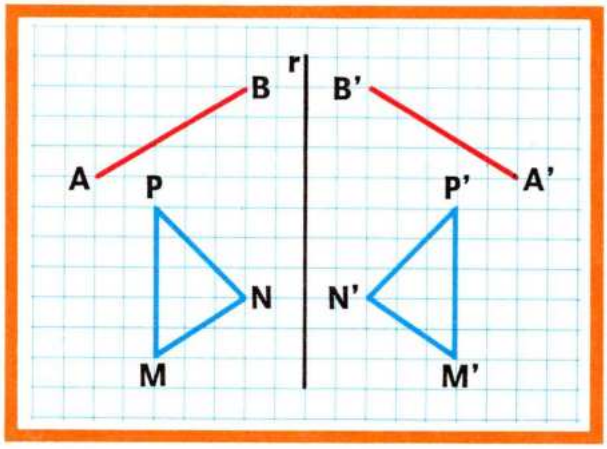
2.° Mediante la traslación de segmento-flecha $\vec{b}$, la figura **F'** pasa a **F''**, deslizando **F'** 16 cuadrados hacia la derecha.



Observa que de la figura **F** se puede pasar a la **F''** mediante una sola traslación desplazando la figura **F** hacia la derecha 30 cuadrados $(14+16=30)$.

Observa que las tres figuras **F, F'** y **F''** son iguales.

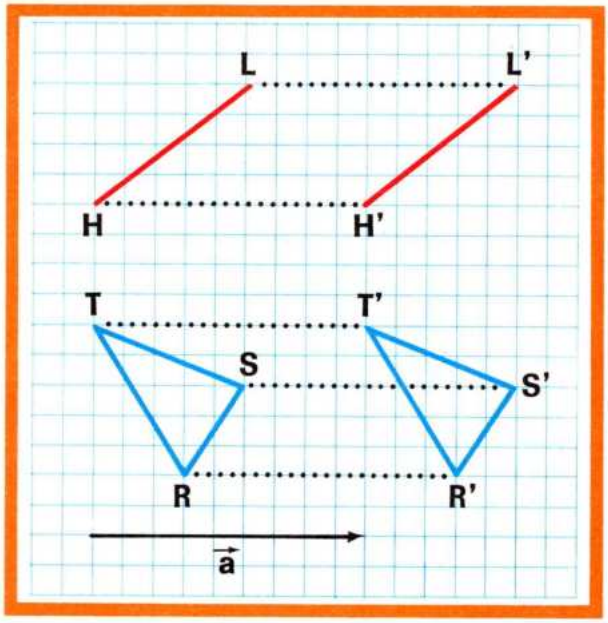
5. Figuras iguales.



Observa el segmento **AB**, el triángulo **MNP** y sus simétricos **A'B'** y **M'N'P'** respecto de la recta **r**.

Doblando por el eje de simetría coinciden:

- segmento **AB** = segmento **A'B'**.
- triángulo **MNP** = triángulo **M'N'P'**.



Observa ahora el segmento **HL** y el triángulo **RST**.

Vamos a aplicar al segmento y al triángulo la traslación de flecha $\vec{a}$.

La flecha $\vec{a}$ indica que hay que trasladar cada punto 9 cuadrados hacia la derecha.

Así resulta:

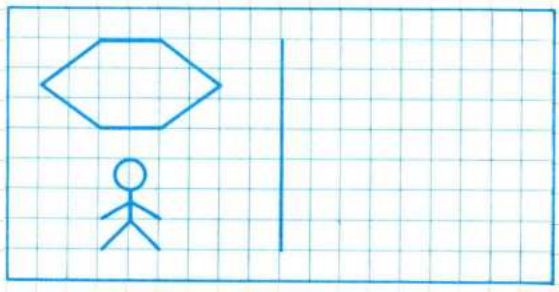
- El segmento **HL** se transforma en el segmento **H'L'**.
- El triángulo **RST** se transforma en el triángulo **R'S'T'**.

Se puede comprobar que:

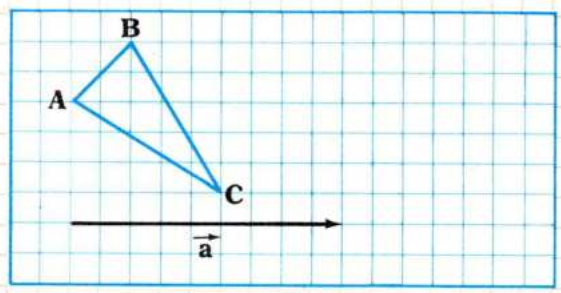
- segmento **HL** = segmento **H'L'**.
- triángulo **RST** = triángulo **R'S'T'**.

Dos figuras simétricas son iguales.
Una figura y la que resulta de aplicarle una o más traslaciones también son iguales.

1. Construye figuras iguales al hexágono y al muñeco haciendo la simetría de eje la recta azul.



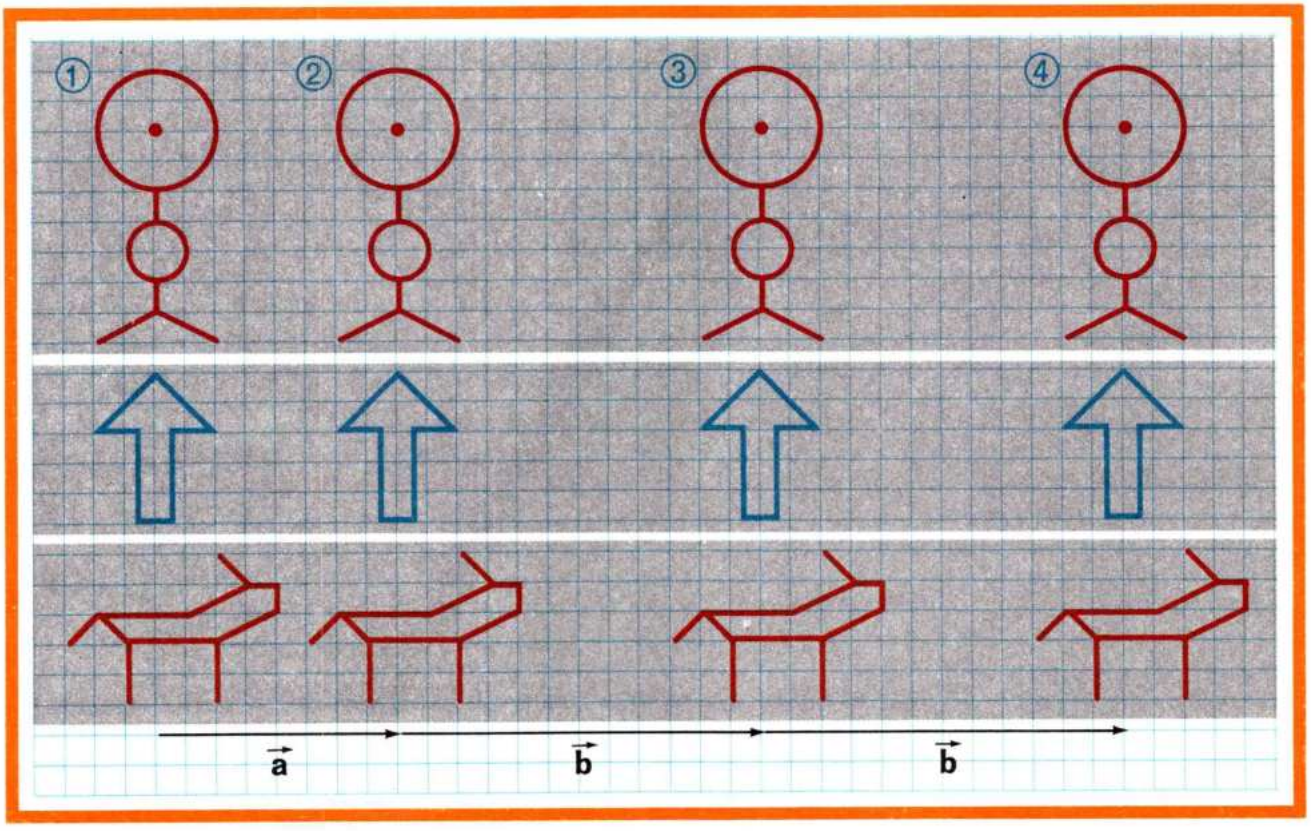
2. Construye un triángulo igual al ABC.
Aplica una traslación de flecha $\vec{a}$.



6. Construcción de frisos.

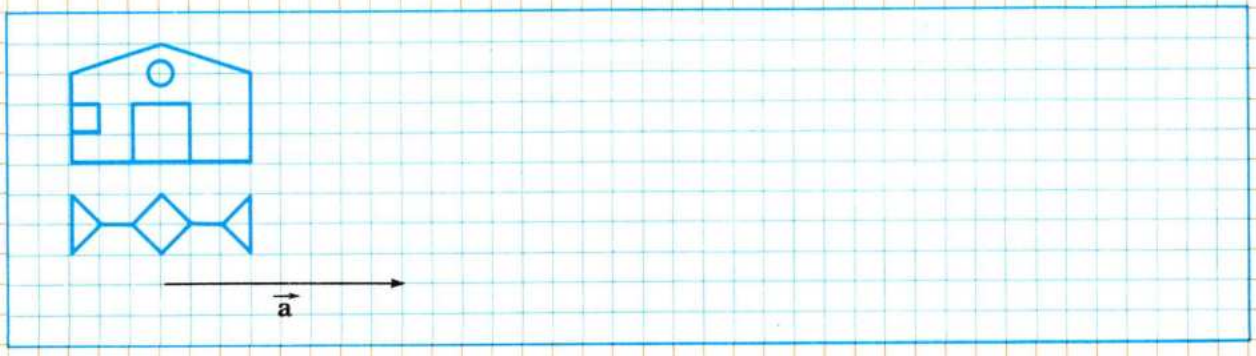
Observa las figuras:

- De las figuras ① se pasa a las figuras ② mediante la traslación de flecha $\vec{a}$ (8 cuadrados a la derecha).
- De las figuras ② se pasa a las figuras ③ mediante la traslación de flecha $\vec{b}$ (12 cuadrados a la derecha).
- De las figuras ③ se pasa a las figuras ④ también mediante la traslación de flecha $\vec{b}$.

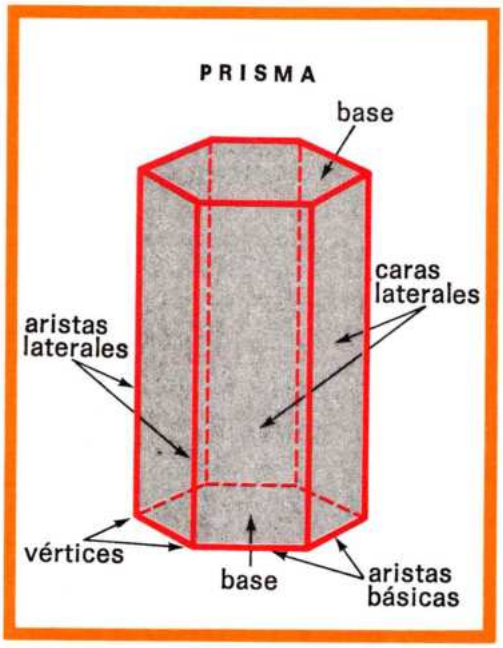


Las figuras que, como las anteriores, resultan de hacer varias traslaciones se llaman **frisos.**

1. Construye un friso aplicando tres veces la traslación de flecha $\vec{a}$.



1. Prismas. Elementos fundamentales.



Observa este cuerpo geométrico.

Este cuerpo geométrico es un prisma.

Los elementos fundamentales de un prisma son los siguientes:

- Las **bases,** que son dos polígonos iguales.
- Las **aristas básicas,** que son los lados de las bases.
- Las **caras laterales,** que son paralelogramos.
- Las **aristas laterales,** que son los lados de las caras laterales que no son aristas básicas.
- Los **vértices,** que son los puntos donde se unen tres o más aristas.

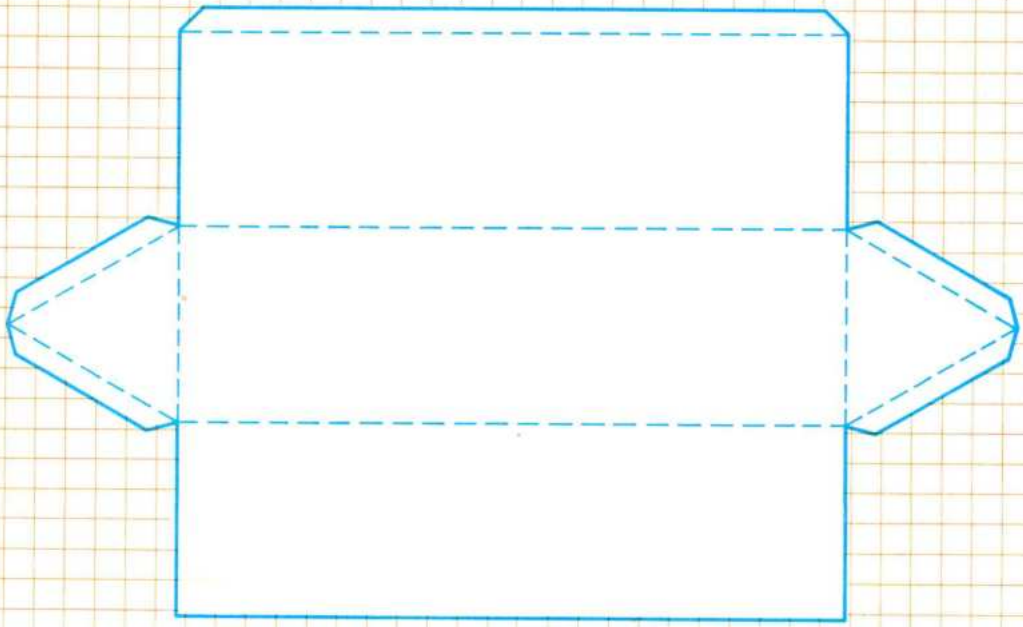
Los prismas son cuerpos geométricos limitados por dos polígonos iguales y por caras laterales que son paralelogramos.

1. Dibuja un prisma triangular.

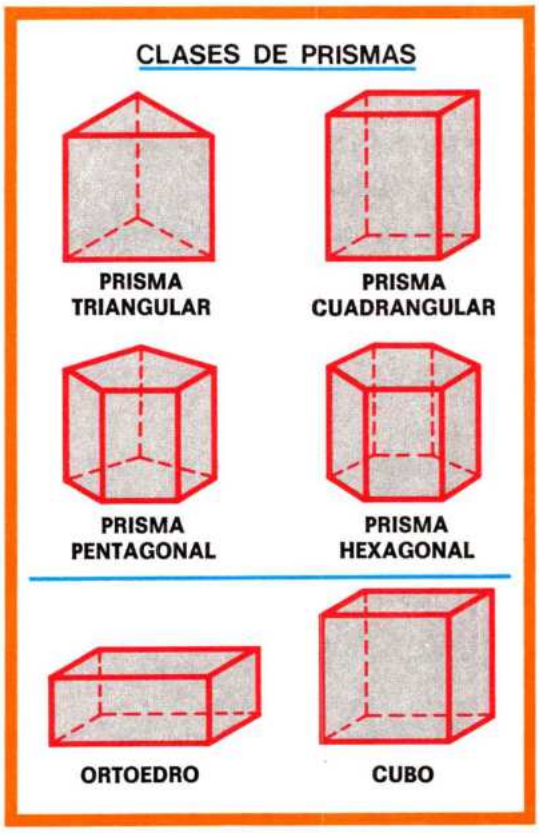
Indica sus elementos: bases, aristas, vértices.

2. RECORTA Y PLIEGA:

- Calca en cartulina la siguiente figura.
- Recorta siguiendo el borde, dobla por las líneas de puntos y pega por las pestañas.



2. Clases de prismas. Prisma recto y prisma regular.



Clases de prismas

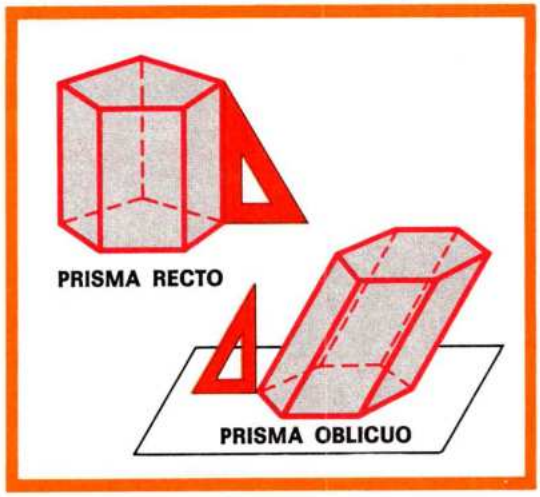
Según sean los polígonos de las bases, los prismas pueden ser:

- **Prisma triangular.** Sus bases son triángulos.
- **Prisma cuadrangular.** Sus bases son cuadrados.
- **Prisma pentagonal.** Sus bases son pentágonos.
- **Prisma hexagonal.** Sus bases son hexágonos.

Dos prismas importantes son el **cubo** y el **ortoedro.**

Las 6 caras del ortoedro son rectángulos.

Las 6 caras del cubo son cuadrados.



Prisma recto y prisma regular

Desde otro punto de vista, los prismas pueden ser prismas rectos y prismas oblicuos.

- **Prismas rectos.** Son los que tienen las aristas laterales perpendiculares a las bases.
- **Prismas oblicuos.** Son aquellos cuyas aristas laterales no son perpendiculares a las bases.

Se puede saber si un prisma es recto u oblicuo aplicando la escuadra como indica la figura.

Los prismas rectos que tienen por bases polígonos regulares son **prismas regulares.**

Prisma regular es un prisma recto cuyas bases son polígonos regulares.

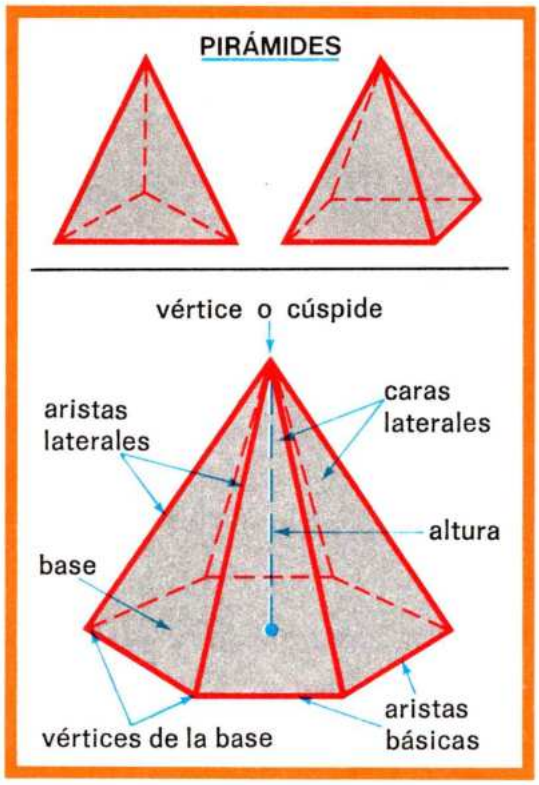
1. Observa el prisma pentagonal del texto:

- ¿Cuántas caras laterales tiene?
- ¿Cuántas bases?
- ¿Cuántas caras tiene en total este prisma?
- ¿Cuántas aristas tiene?
- ¿Cuántos vértices tiene?

2. Lee y contesta:

Si la base de un prisma es un triángulo rectángulo, ¿puede ser un prisma regular?

3. Pirámides. Elementos fundamentales.



Observa estos cuerpos geométricos.

Estos cuerpos geométricos son pirámides.

Los elementos fundamentales de una pirámide son los siguientes:

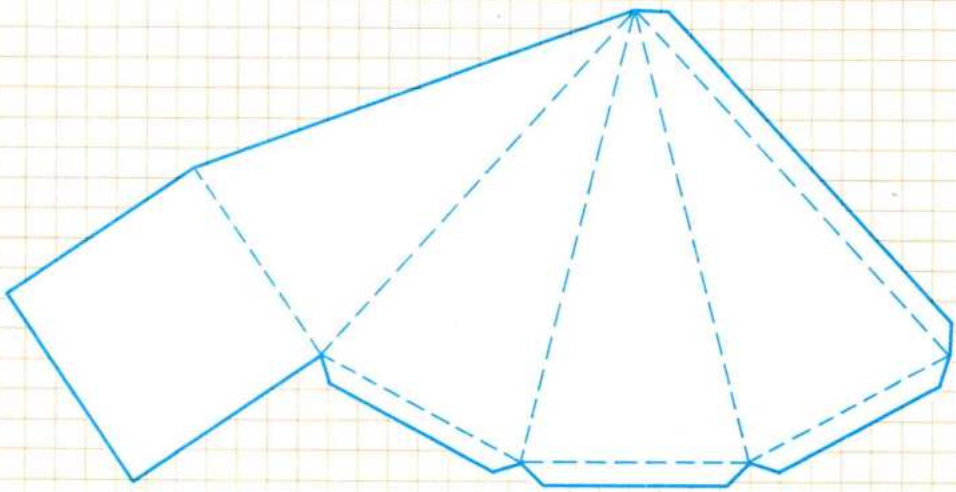
- La **base,** que es un polígono cualquiera.
- Las **aristas básicas,** que son los lados del polígono de la base.
- Las **caras laterales,** que son siempre triángulos.
- Las **aristas laterales,** que son los lados de las caras laterales que no son de la base.
- El **vértice** o **cúspide,** que es el punto en el que se encuentran las aristas laterales.
- La **altura,** que es la distancia de la cúspide a la base.
- Los **vértices de la base,** que son los vértices del polígono de la base.

La pirámide es el cuerpo geométrico limitado por una base que es un polígono cualquiera y por las caras laterales, que son triángulos que se juntan en la cúspide.

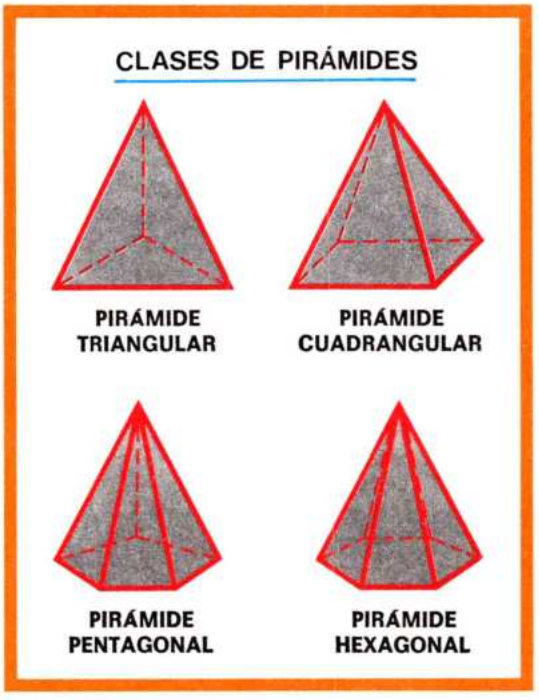
1. Dibuja una pirámide de base cuadrada. Indica sus elementos.

2. RECORTA Y PLIEGA:

- Calca en cartulina la siguiente figura.
- Recorta siguiendo el borde, dobla por las líneas de puntos y pega por las pestañas.



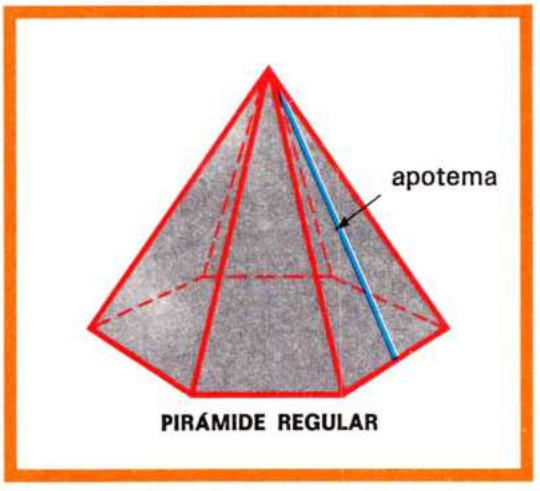
4. Clases de pirámides. Pirámide regular.



Clases de pirámides

Según sea el polígono de la base, las pirámides pueden ser:

- **Pirámide triangular.** Su base es un triángulo.
- **Pirámide cuadrangular.** Su base es un cuadrilátero.
- **Pirámide pentagonal.** Su base es un pentágono.
- **Pirámide hexagonal.** Su base es un hexágono, etc.



Pirámide regular

Observa esta pirámide hexagonal.

Tiene por base un polígono regular y las caras laterales son triángulos isósceles.
Esta pirámide es una **pirámide regular.**

La altura de una cara lateral es la **apotema de la pirámide.**

Pirámide regular es aquella que tiene por base un polígono regular y por caras laterales triángulos isósceles.

1. Lee y contesta:

Si la base de una pirámide es un trapecio, ¿puede ser una pirámide regular?

2. Observa la pirámide hexagonal del texto:

- ¿Cuántas caras laterales tiene?
- ¿Cuántas aristas laterales tiene?
- ¿Cuántas aristas básicas tiene?

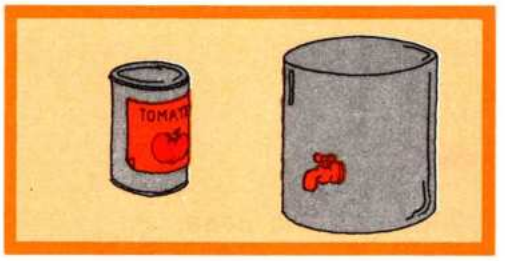
3. Dibuja una pirámide cuadrangular y una pirámide triangular.

4. Dibuja una pirámide regular que tenga por base un cuadrado.

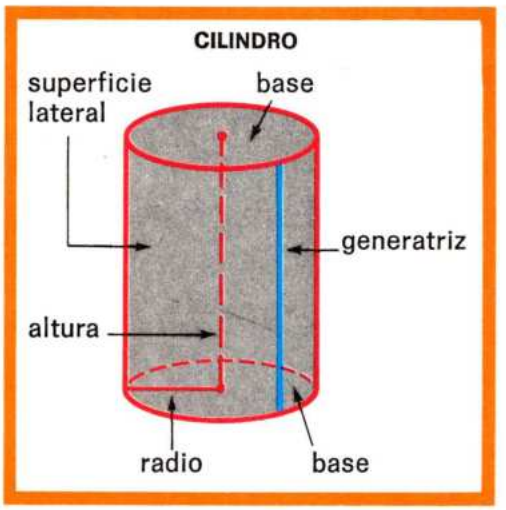
Dibuja la apotema de esta pirámide.

¿Cómo son las caras laterales?

5. Cilindro. Elementos fundamentales.



Un bote de conservas y un depósito tienen forma de cilindro.



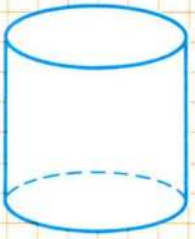
Este cuerpo geométrico es un **cilindro.**

Sus elementos fundamentales son los siguientes:

- Las **bases,** que son dos círculos iguales y paralelos.
- La **superficie lateral,** que es una cara lateral que no es plana.
- La **generatriz** es cualquier línea, como la línea azul dibujada en la superficie lateral.
- La **altura,** que es la longitud de la generatriz o también la distancia entre las bases.
- El **radio del cilindro,** que es el radio de las bases.

1. Escribe el nombre de cinco cosas que tienen forma de cilindro.

2. Observa el cilindro de la figura:



- Colorea de rojo las bases de este cilindro.

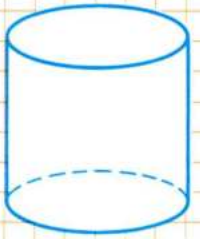
¿Qué son las bases de un cilindro?

¿Son iguales?

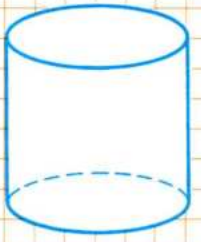
3. RECORTA Y PLIEGA:

- Toma un folio o cartulina en forma rectangular.
- Une dos bordes opuestos y pégalos. Te sale un cilindro sin tapas.
- Recorta ahora dos círculos de papel y pégalos con papel adhesivo.

4. Dibuja un diámetro y un radio de este cilindro.



5. Pinta de rojo la altura de este cilindro y de azul una generatriz.

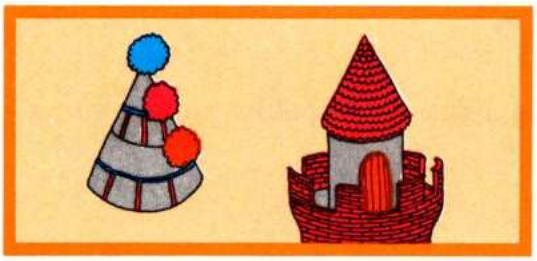


- Une los extremos de estos segmentos.

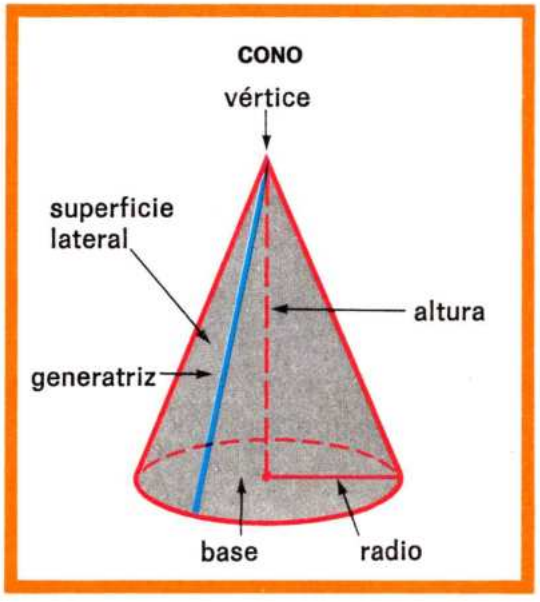
¿Qué figura se forma?

¿Qué relación hay entre la altura y la generatriz?

6. Cono. Elementos fundamentales.



El gorro del payaso y la cúpula de esta torre tienen forma de cono.



Este cuerpo geométrico es un cono.

Sus elementos fundamentales son los siguientes:

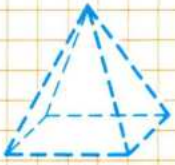
- La **base,** que es un círculo.
- El **radio del cono,** que es el radio de la base.
- La **superficie lateral,** que es una cara lateral que no es plana.
- El **vértice,** que es el punto de la superficie lateral opuesto a la base.
- La **generatriz,** que es un segmento cualquiera que une el vértice con la circunferencia de la base.
- La **altura,** que es la distancia del vértice a la base.

1. Escribe el nombre de tres objetos que tengan forma de cono.

2. Colorea la base de este cono. Colorea de azul su generatriz.

3. Dibuja un cono y escribe el nombre de sus elementos.

4. Observa este cono y esta pirámide.



¿En qué se parecen?

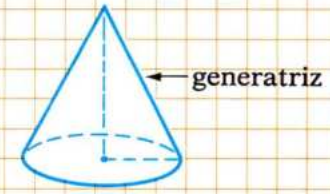
¿En qué se diferencian?

5. Haz con plastilina un cono.

6. Dibuja un cono. Dibuja el radio de la base.

7. En este cono pinta:

- de rojo la altura,
- de azul una generatriz,
- de negro el radio correspondiente a la generatriz dibujada.

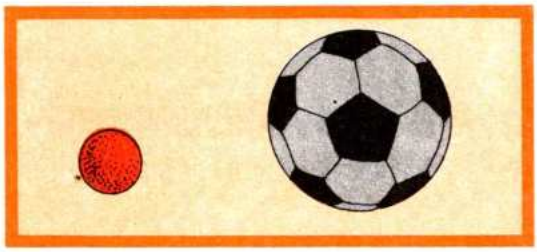


¿Qué figura forman la altura, el radio y la generatriz?

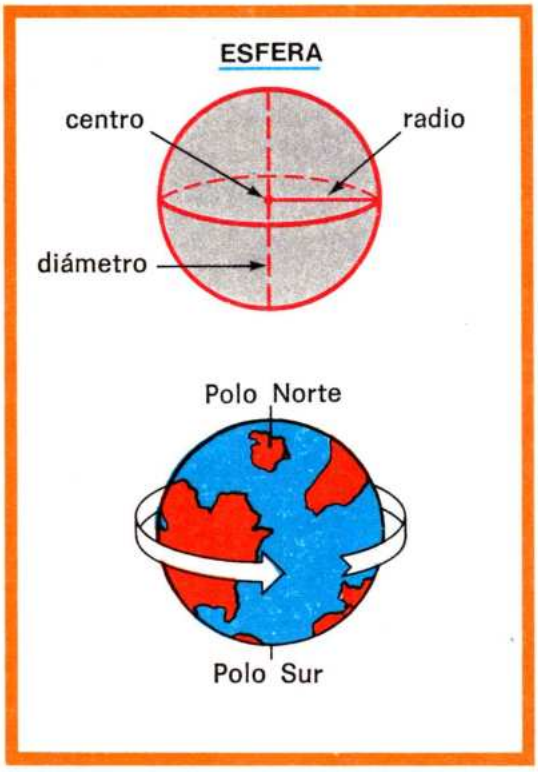
8. ¿Por qué una generatriz de un cono es un segmento mayor que la altura?

Haz un dibujo y justifica tu respuesta.

7. La esfera.



Una bola de billar y un balón tienen forma de **esfera.**



Observa esta esfera. La parte exterior de la esfera se llama **superficie esférica.**

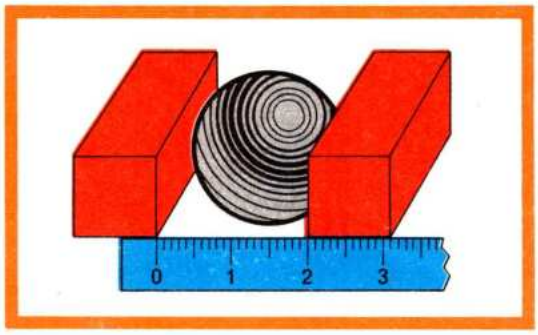
Todos los puntos de la superficie esférica distan lo mismo del centro.

Los elementos fundamentales de la esfera son los siguientes:

- El **centro,** que es el punto del cual equidistan todos los puntos de la superficie esférica.
- El **radio,** que es el segmento que une el centro con un punto de la superficie esférica.
- El **diámetro,** que es el segmento que une dos puntos de la superficie esférica y que pasa por el centro.

Entre los cuerpos que tienen forma de esfera hay uno muy importante, que es la Tierra.

La Tierra gira alrededor de su eje, que es el diámetro que pasa por los polos.



Observa en la figura cómo se puede medir el diámetro de una esfera.

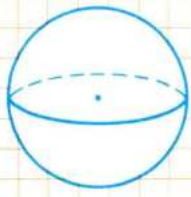
El diámetro de esta esfera mide 2 cm.

1. Contesta a estas preguntas:

- El radio de una esfera mide 6 cm. ¿Cuánto mide su diámetro?
- ¿Cuánto mide el radio de la esfera que ves en el texto?
- ¿Qué diferencia hay entre una esfera y una superficie esférica?

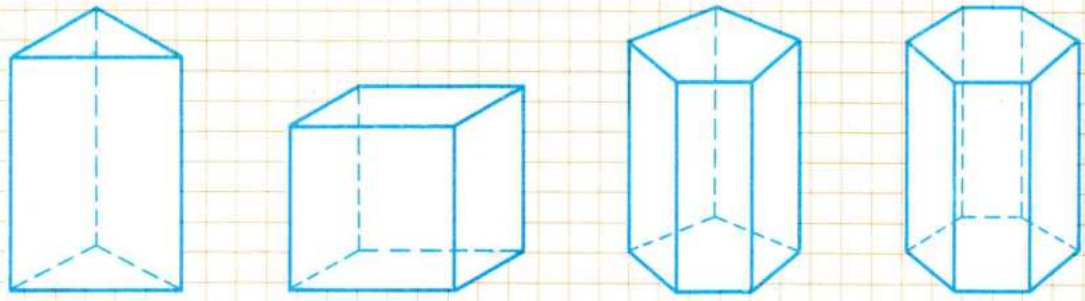
2. Dibuja en esta esfera:

- Un radio.
- Dos diámetros.

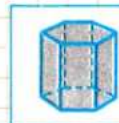


Ejercicios y problemas

1. Escribe cómo se llaman las bases de los siguientes prismas. Después escribe el nombre e indica el número de caras laterales.



2. Completa la siguiente tabla:

					
Nombre					
Número de caras					
Número de vértices					
Número de aristas					

3. Dibuja un cubo. Colorea una cara.

¿Cómo son las caras del cubo? ¿Son polígonos regulares?

¿Cuántas caras tiene el cubo? ¿Cuántos vértices tiene?

4. Dibuja una pirámide de base cuadrada. Pinta de rojo una cara lateral.

¿Qué clase de polígono son las caras laterales?

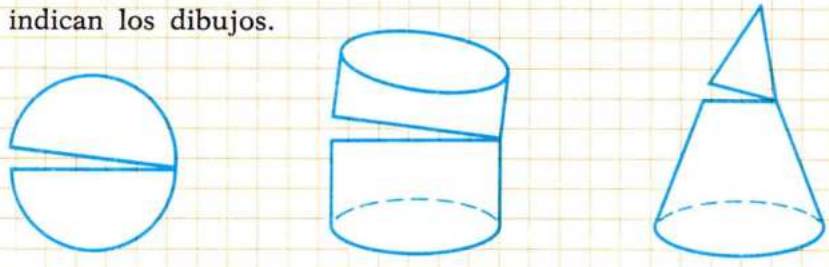
Pinta de rojo una arista lateral y de azul una arista básica.

5. Dibuja un prisma recto y un prisma oblicuo.

6. En una pirámide regular, ¿cómo es el polígono de la base?

7. Haz una esfera, un cilindro y un cono con plastilina.

Córtalos como indican los dibujos.



¿Qué figuras resultan por donde das el corte?

MATEMÁTICAS 4

EGB CICLO MEDIO

El material didáctico para el Ciclo Medio de Educación General Básica ha sido creado en el Departamento de Investigaciones Educativas de Santillana, S. A. bajo la dirección de **Antonio Ramos**

El material de MATEMÁTICAS para el cuarto curso ha sido programado y elaborado por el siguiente equipo **José Gil Martos**
Jaime Mascaró

Dirección editorial **Julián Abad**

Ilustraciones **Rafael Ortega**
Juan Carlos Sanz

santillana

© 1982 by SANTILLANA, S. A.
Elfo, 32 - Madrid-27
PRINTED IN SPAIN
Impreso en España en los
Talleres Gráficos Mateu Cromo, S. A.
Ctra. de Pinto a Fuenlabrada, s/n. Pinto (Madrid)
ISBN: 84-294-1977-2
Depósito Legal: M. 18.362-1982

Texto aprobado por el Ministerio de Educación y Ciencia en O. M. de 4-6-1982.

Educación
Santillana

EGB
CICLO MEDIO